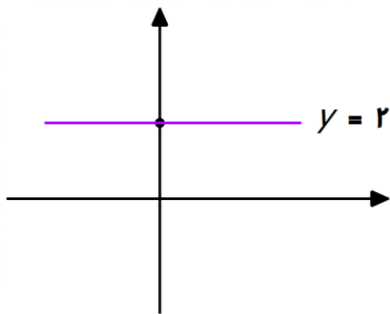


تابع درجه ۳

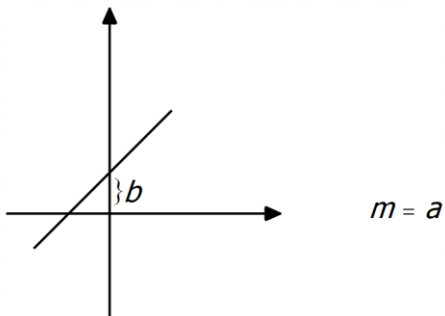
یادآوری:

$y = k$ تابع درجه صفر



تابع درجه ۱

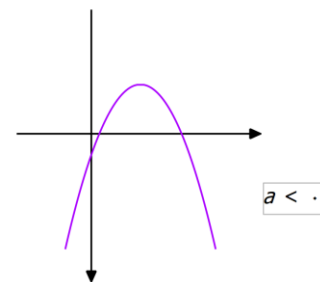
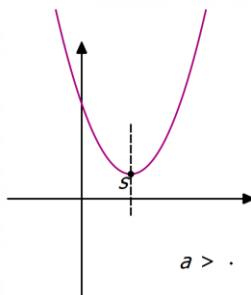
$y = ax + b$



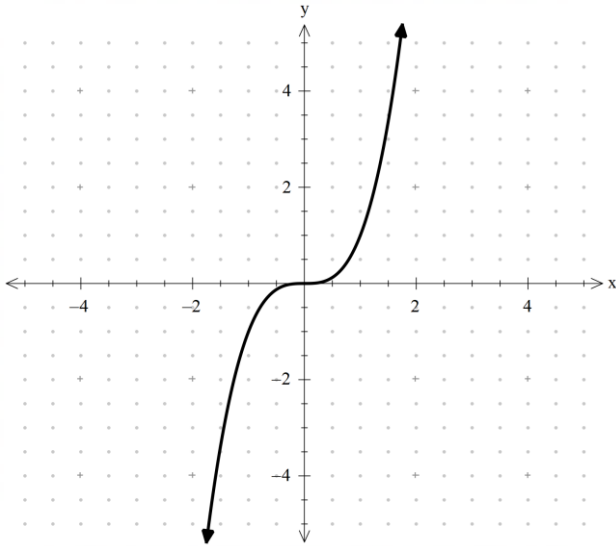
تابع درجه ۲

$$S \left[\begin{array}{l} -\frac{b}{2a} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} \end{array} \right]$$

$$y = ax^2 + bx + c$$



$$f(x) = x^3$$



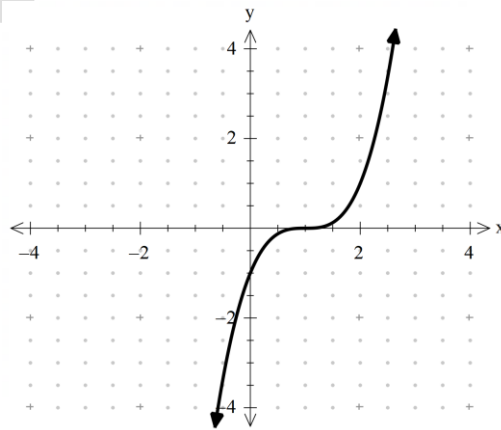
تابع اکیداً صعودی

x	...	-۲	-۱	۰	۱	۲	...
y		-۸	-۱	۰	۱	۸	

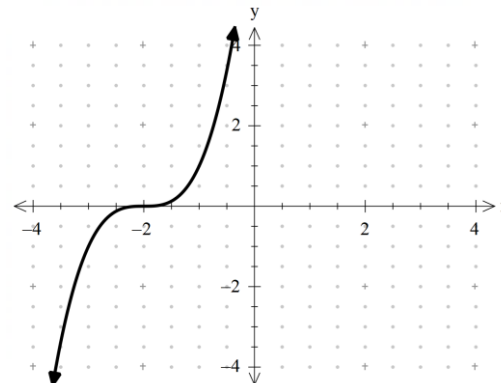
مثال:

به کمک انتقال توابع زیر را رسم کنید

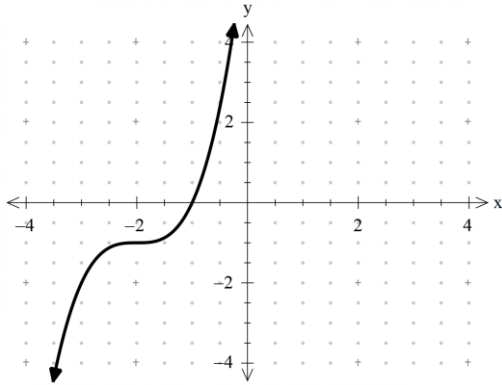
1) $f(x) = (x - 1)^3$



2) $f(x) = (x + 2)^3$



$$3) f(x) = (x + 2)^3 - 1$$



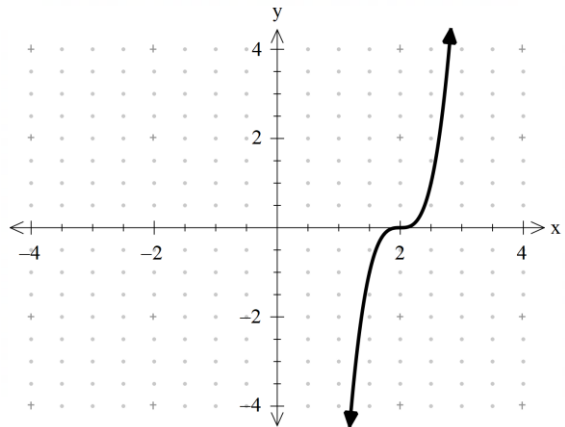
$$4) f(x) = (2x - 4)^3$$

$$x_0 = \frac{x_0 + 4}{2}$$

چهار واحد به سمت مثبت محور طول‌ها

سپس هر کدام از طول‌ها ایجاد شده را

نصف می‌کنیم.



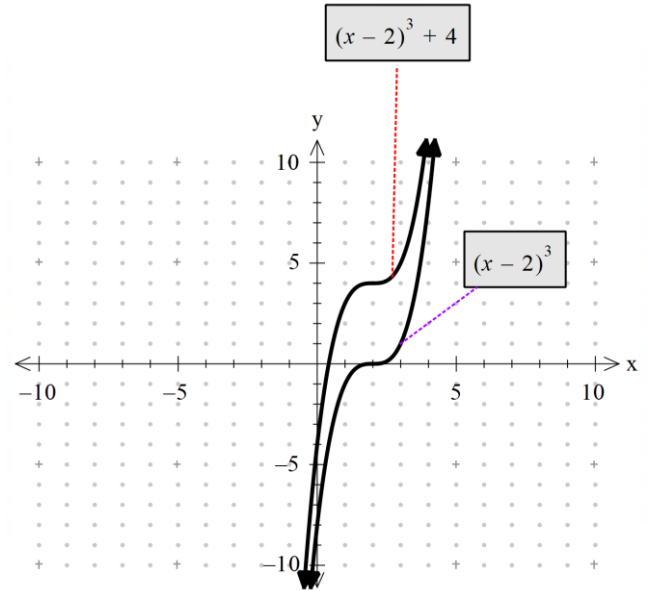


$$5) f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 4$$

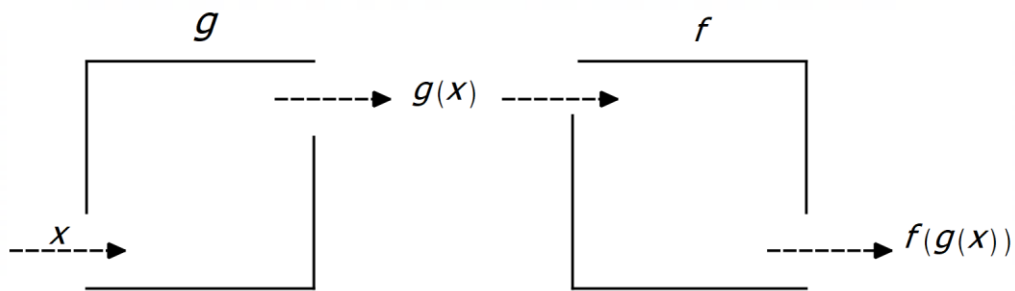
$$(x - 2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$f(x) = (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) + 4$$

$$f(x) = (x - 2)^3 + 4$$



ترکیب توابع: $(f \circ g)(x)$



$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

برای ساخت $(f \circ g)(x)$ ابتدا x ورودی و $g(x)$ خروجی است در مرحله بعدی $g(x)$ ورودی و $f(g(x))$ خروجی آن است.

$D_{f \circ g}$:

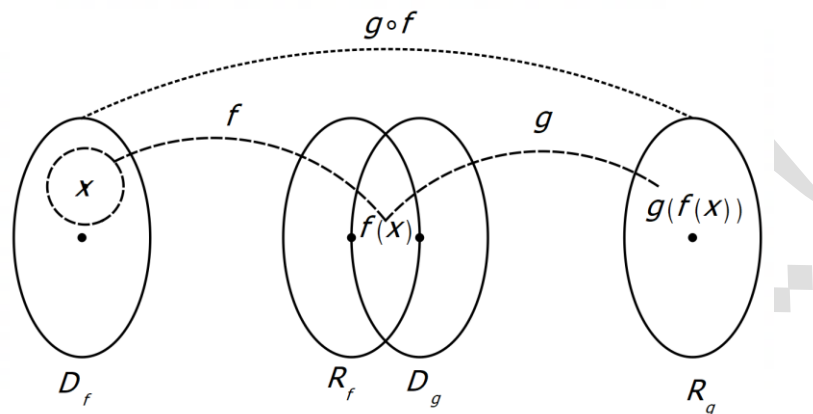
x باید در دامنه g باشد و خروجی $g(x)$ یعنی $g(x)$ باید در دامنه f باشد.

$$\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

توضیح:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$



نکته:

$$D_{g \circ f} \subseteq D_f$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \in R_f \\ f(x) \in D_g \end{array} \right\} f(x) \in R_f \cap D_g$$

$$\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

برای تعیین دامنه $g \circ f$

۱ - دامنه f را به دست می آوریم

۲ - دامنه g را به دست می آوریم

۳ - $f(x)$ باید در دامنه g باشد معمولاً با حل نامعادله حدود x به دست می آید.

۴) اشتراک قسمت ۳ با دامنه g را به دست می آوریم

مثال:

اگر $g = \{(1, 1)(4, 2)(5, 3)(3, 2)\}$ و $f = \{(2, 3)(1, 5)(4, -1)(5, 2)\}$ باشد

باشد

الف) $f \circ g$ ، $D_{f \circ g}$

ب) $g \circ f$ ، $D_{g \circ f}$

ج) $f \circ f$ ، $D_{f \circ f}$

را به دست آورید.

الف)

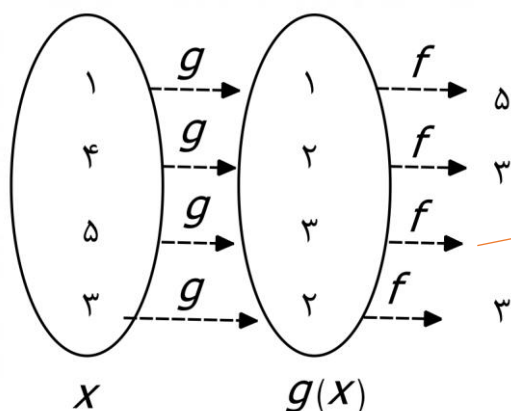
$$D_f = \{2, 1, 4, -1\}$$

$$D_g = \{1, 4, 5, 3\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}$$

این فرمول می‌گه اول برو سراغ g از دامنه g اونهایی را انتخاب کن که به درد بخور هستند

یعنی خروجی‌شون را می‌تونیم در f قرار بدیم.



۳ در دامنه f بدرد بخور نیست

$$D_{f \circ g} = \{1, 3, 4\}$$

$$f \circ g = \{(1, 5)(4, 3)(3, 3)\}$$

(ب) $D_{g \circ f}$

این دفعه اول میریم سراغ f

$$2 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{g} 2$$

$$1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} 3$$

$$4 \xrightarrow{f} -1 \xrightarrow{g} \quad \text{۱- در دامنه } g \text{ نیست بدرد نخور}$$

$$5 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} \quad \text{۲- در دامنه } g \text{ نیست بدرد نخور}$$

$$D_{g \circ f} = \{2, 1\}$$

$$g \circ f = \{(2, 2)(1, 3)\}$$

(ج) $D_{f \circ f}$

$$2 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{f} \quad \text{فایده نداره} \quad D_{f \circ f} = \{1, 5\}$$

$$1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 2$$

$$4 \xrightarrow{f} -1 \xrightarrow{f} \quad \text{فایده نداره} \quad f \circ f = \{(1, 2)(5, 3)\}$$

$$5 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{f} 2$$

تمرین ۱ کتاب درسی (ریاضی ۳)

اگر $f = \{(7, 8)(5, 3)(9, 8)(11, 4)\}$ و $g = \{(5, 7)(3, 5)(7, 9)(9, 11)\}$

به دست آورید.

تمرین کتاب درس تجربی

اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$ باشد $D_{g \circ f}$ و $(g \circ f)(x)$ را به دست

آورید.

$$\textcircled{1} D_f \quad x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$[-2, +\infty)$$

$$f(x) \geq 4 \text{ یا } f(x) \leq -4$$

باید $f(x)$ را به g بدیم یعنی $f(x)$ جایگزین x می شه

$$f(x) = \sqrt{x+2} \quad \sqrt{x+2} \geq 4 \quad \text{یا} \quad \sqrt{x+2} \leq -4$$

$$x + 2 \geq 16 \quad \text{غیرممکن جواب ندارد}$$

$$\textcircled{2} x \geq 14$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2}$$

$$x \geq 14$$

$$[14, +\infty)$$

$$g(f(x)) = g(\sqrt{x+2}) = \sqrt{(\sqrt{x+2})^2 - 16} = \sqrt{x-14}$$

تمرین:

اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد $D_{f \circ g}$ و $(f \circ g)(x)$ را به دست آورید.

تمرین:

اگر $g(x) = \frac{6}{3x-5}$ و $f(x) = \sqrt{3-2x}$ باشد $D_{f \circ g}$ و $(f \circ g)(x)$ را به دست آورید.

تست:

اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log(x^2 + 2x)$ دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

(سراسری 94 - 93)

(۲) $[-2, 0]$

(۱) $[-4, 2]$

(۴) $[-4, -2) \cup (0, 2]$

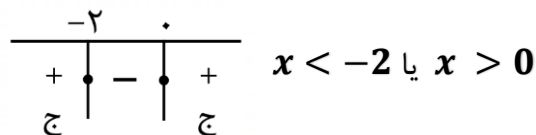
(۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$

$D_f \quad 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$

$D_g \quad x^2 + 2x > 0$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

$x < -2$ یا $x > 0$





$$g(x) \in D_f$$

$$g(x) \leq 3$$

$$\log_2(x^2 + 2x) \leq 3 \Rightarrow x^2 + 2x \leq 2^3$$

$$x^2 + 2x - 8 \leq 0 = (x + 4)(x - 2) \leq 0$$

$$[-4, 2]$$

$$((-\infty, -2) \cup (0, +\infty)) \cap [-4, 2]$$

$$[-4, -2) \cup (0, 2]$$

روش دوم امتحان گزینه

به راحتی دیده می شود عدد صفر داخل لگاریتم را صفر می کند و گزینه ۱ و ۲ رد می شوند.

با امتحان عدد ۱- گزینه ۳ نیز رد می شود.

گزینه ۴ صحیح است.

تست:

اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x - 5$ و $f(x) = 3x + 4$ باشد $g(2)$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۵ (۳)

۲ (۲)

۰ (۱)

$$f(x) = 3x + 4$$

$$f(g(x)) = 3g(x) + 4$$

$$3g(x) + 4 = 3x^2 - 6x - 5$$

$$x = 2 \quad 3g(2) + 4 = 12 - 12 - 5$$

$$g(2) = -3$$

تست: (تمرین)

اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^4 x$ باشند ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \sin^2 2x \quad (۲) \qquad -\frac{1}{4} \sin^2 2x \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 2x \quad (۴) \qquad \frac{1}{4} \cos^4 2x \quad (۳)$$

تست: اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ x^2 & x < 1 \end{cases}$ باشد دامنه $f \circ f$ کدام است؟

$$(-\infty, 1) - \{-1\} \quad (۴) \qquad (-\infty, 1) \quad (۳) \qquad \mathbb{R} - \{1\} \quad (۲) \qquad \mathbb{R} \quad (۱)$$

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \qquad (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

غیرقابل قبول $x > 1 \Rightarrow f(x) = 1 \quad f(x) \notin D_f$

غیرقابل قبول $x = -1 \Rightarrow x^2 = 1 \quad f(x) = 1 \notin D_f$

$$D_{f \circ f} = (-\infty, 1) - \{-1\}$$

توضیح جواب تست بدون حل

غیرقابل قبول $x = -1 \quad x^2 = 1$ غیر قابل قبول $x > 1 \rightarrow f(x) = 1$

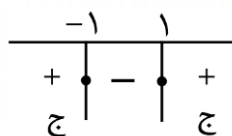
$$D_{f \circ f} = (-\infty, 1) - \{-1\}$$

تست: اگر $f(x) = x - |x|$ و $g(x) = \log \frac{x-1}{x+1}$ باشد برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

$$\{x : x > 0\} \quad (۲) \qquad \bullet \quad (۱)$$

$$\{x : |2x| < 1\} \quad (۴) \qquad \{x : x < 0\} \quad (۳)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases} \qquad D_f = \mathbb{R}$$





$$g(x) = \log \frac{x-1}{x+2} \quad \frac{x-1}{x+1} > 0$$

$$D_g = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad \textcircled{1}$$

$$f(x) \in D_g \quad x \geq 0 \quad f(x) = 0 \notin D_g$$

$$x < 0 \quad 2x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \quad x < -\frac{1}{2}$$

$$D_{g \circ f} \left(-\infty, -\frac{1}{2} \right)$$

چون تابع یک به یک است سر و ته بازه را در تابع قرار می دهیم.

$$f(g(x)) = f(2x) = \log \frac{2x-1}{2x+1}$$

$$x \rightarrow +\infty \quad \log 1 = 0$$

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}^- \quad \log(+\infty) = -\infty$$

$$R_{g \circ f} = (0, +\infty)$$