

۱. رسم تابع به کمک انتقال:

الف) یادآوری :

$$۱) g(x) = f(x) + k$$

$$۲) g(x) = f(x + k)$$

$$۳) g(x) = -f(x)$$

$$۴) g(x) = f(-x)$$

$$۵) g(x) = |f(x)|$$

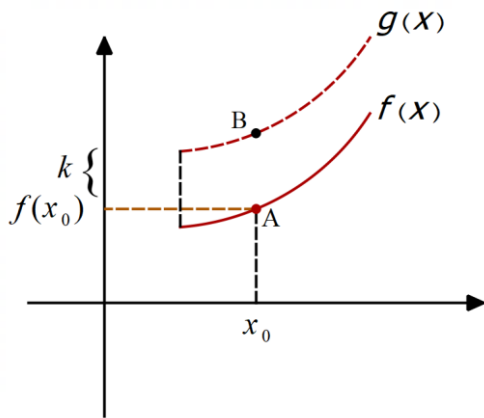
$$۶) g(x) = f(|x|)$$

$$\text{ب) رسم } g(x) = k f(x)$$

$$\text{ج) رسم } g(x) = f(kx)$$

$$\text{د) رسم } f(ax + b)$$

ه) رسم توابع ترکیبی



$$g(x) = f(x) + K \quad \text{رسم (۱)}$$

$$A(x., f(x.))$$

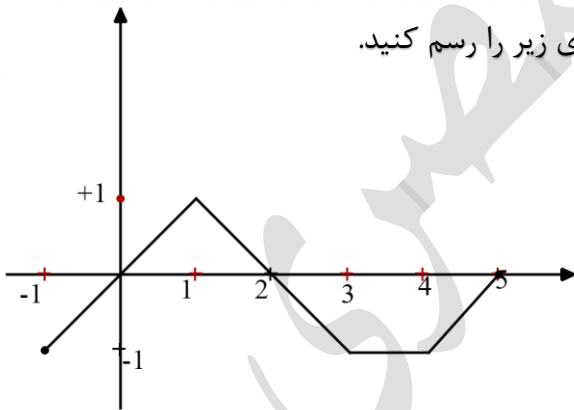
$$f(x.) = y.$$

$$g(x.) = f(x.) + K$$

$$B \left| \begin{array}{l} x. \\ y. + K \end{array} \right.$$

نتیجه ۱: برای رسم  $g(x) = f(x) + k$  اگر  $k > 0$  منحنی به سمت بالا و اگر  $k < 0$  منحنی به سمت پایین منتقل می شود.

نتیجه ۲:  $D_g = D_f$  و  $R_g \neq R_f$  و همانطور که دیدی به همه عضوهای برد  $k$  واحد اضافه می شود.



تمرین ۱: اگر نمودار  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف)  $g(x) = f(x) + 2$

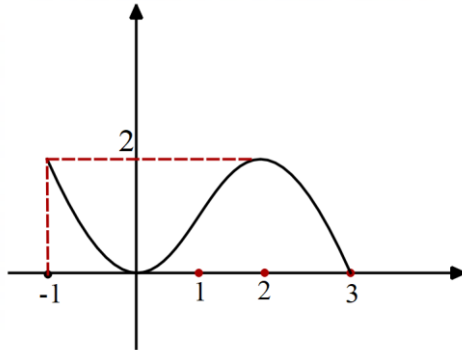
ب)  $g(x) = f(x) - 3$

ج)  $g(x) = 1 + f(x)$

تمرین ۲: اگر نمودار  $g(x) = f(x) + 3$  به صورت زیر باشد نمودارهای زیر را رسم کنید.

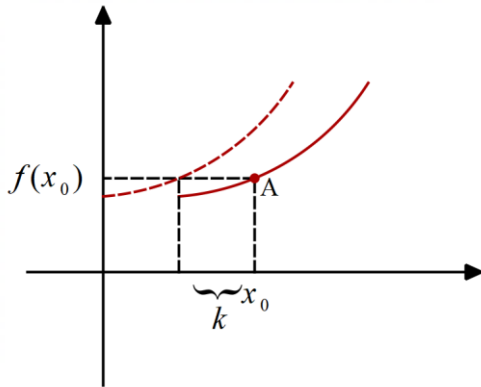
$$y = f(x) \quad (۱)$$

$$h(x) = f(x) - 1 \quad (۲)$$



پایه  
فصلی

۲. رسم  $g(x) = f(x+k)$



$$A(x, f(x))$$

$$f(x) = y$$

$$g(x-k) = f(x-k+k)$$

$$g(x-k) = f(x)$$

$$g(x-k) = y$$

$$B \begin{cases} x-k \\ y \end{cases}$$

نتیجه: هر نقطه روی منحنی  $y = g(x)$  را به اندازه  $k$  در جهت افقی، اگر  $K > 0$  به سمت چپ و اگر  $K < 0$  به سمت راست منتقل می کنیم.

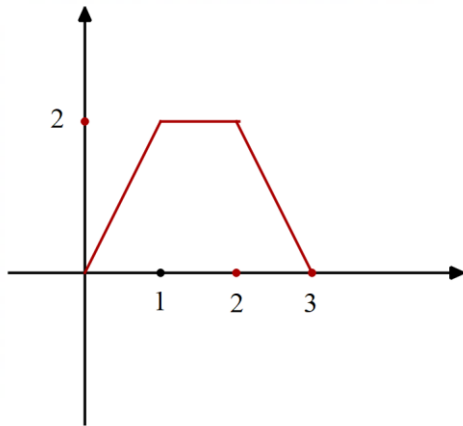
توجه: در این حالت  $D_f \neq D_g$  ولی  $R_f = R_g$

تمرین: نمودار  $f(x) = \sin x$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید و به کمک آن نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف)  $g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

ب)  $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

تمرین: اگر  $y = f(x + 2)$  به صورت زیر باشد، نمودارهای زیر را رسم کنید.



الف)  $y = f(x)$

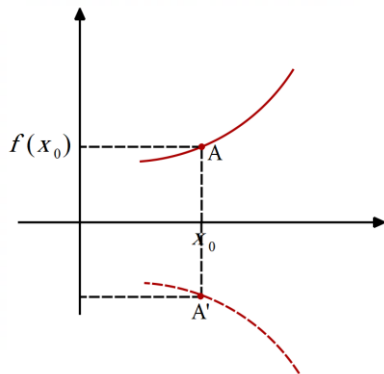
ب)  $y = f(x - 3)$

ایمچ فطری

تمرین: نمودار  $f(x) = |x|$  را رسم کنید و به کمک انتقال نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف)  $g(x) = |x - 2|$

ب)  $g(x) = |x| - 2$



۳) رسم  $g(x) = -f(x)$

$$A = (x., f(x.))$$

$$A \left| \begin{array}{l} x. \\ y. = f(x.) \end{array} \right.$$

$$g(x.) = -f(x.)$$

$$g(x.) = -y.$$

$$A' \left| \begin{array}{l} x. \\ -y. \end{array} \right.$$

برای رسم  $g(x)$  نقاط دامنه  $f$  را در نظر می گیریم و عرض آن ها را نسبت به محور طول ها قرینه می

کنیم.

تمرین: نمودارهای تابع های زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y = -\sin x$$

$$y = -x^2$$

$$y = -|x|$$

$$y = -\cos x$$

پایچ فطری

تمرین: به کمک نمودار  $y = \cos x$  در  $[0, 2\pi]$  نمودارهای زیر را رسم کنید.

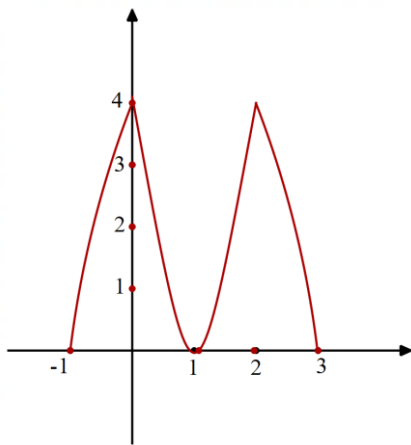
$$f(x) = 2 \cos x$$

$$f(x) = \frac{1}{3} \cos x$$

$$f(x) = -2 \cos x$$

$$f(x) = -\frac{1}{3} \cos x$$

تمرین: اگر تابع  $g(x) = 2 f(x)$  به صورت زیر باشد نمودارهای زیر را رسم کنید.



$$y = f(x) \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{3} f(x) \quad (2)$$

$$y = -2 f(x) \quad (3)$$



۴) نمودار  $y = f(kx)$  انبساط و انقباض افقی

$$g(x) = f(kx)$$

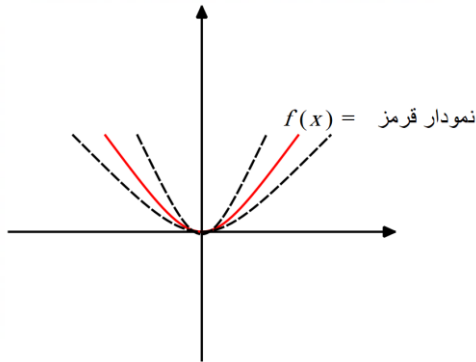
$$y = f(x) \quad (x., f(x.)) \quad f(x.) = y.$$

$$A \left| \begin{array}{l} x. \\ y. \end{array} \right.$$

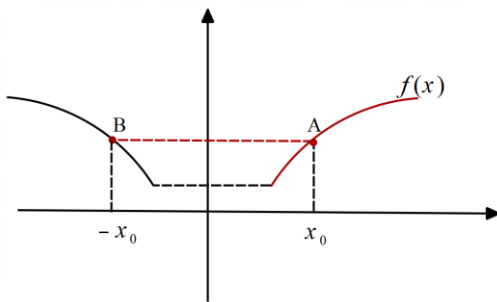
$$g\left(\frac{x.}{k}\right) = f\left(k \times \frac{x.}{k}\right)$$

$$g\left(\frac{x.}{k}\right) = f(x.) = y.$$

$$B \left| \begin{array}{l} x. \\ k \\ y. \end{array} \right.$$



در این حالت اگر  $K > 1$  باشد منحنی جمع تر می شود (انقباض) و اگر  $0 < K < 1$  باشد بازتر می شود (انبساط) و اگر  $K < 0$  باشد نسبت به محور طول ها قرینه می شود.



$$g(x) = f(-x) \quad \text{رسم } (5)$$

$$f(x.) = y. \quad A \left| \begin{array}{l} x. \\ y. \end{array} \right.$$

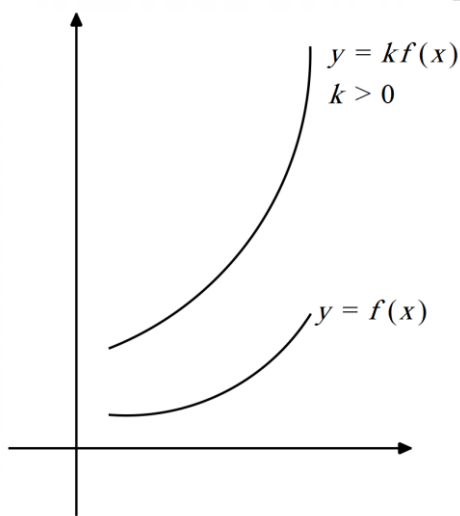
$$g(-x.) = f(-(-x.) = f(x.))$$

$$g(-x.) = y.$$

$$B \left| \begin{array}{l} -x. \\ y. \end{array} \right.$$

نتیجه: برای رسم  $f(-x)$  قرینه  $f(x)$  را نسبت به محور عرضها رسم می کنیم.

تمرین: ابتدا تابع  $f(x) = x^2 + 2x$  را رسم و به کمک انتقال  $g(x) = x^2 - 2x$  رسم کنید.



$$g(x) = K f(x) \text{ رسم (۶)}$$

$$f(x.) = y. \Rightarrow A \left| \begin{array}{l} x. \\ y. \end{array} \right.$$

$$g(x.) = kf(x.) = ky.$$

$$B \left| \begin{array}{l} x. \\ ky. \end{array} \right.$$

نتیجه: در این حالت طول نقطه تغییری نمی کند ولی عرض آن  $k$  برابر می شود.

توضیح: اگر  $K > 1$  باشد عرض نقطه ها زیادتر می شود و  $0 < k < 1$  باشد، عرض نقطه ها کم می شود.

اگر  $K < 0$  باشد منحنی باید نسبت محور طولها قرینه می شود.

تمرین:

به کمک نمودار  $f(x) = \sqrt{x}$  نمودارهای زیر را رسم کنید.

$$g(x) = \sqrt{3x}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{2}}$$

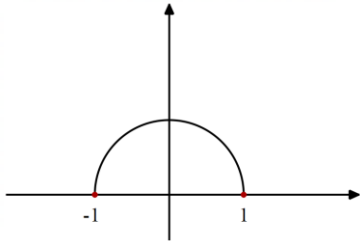
$$g(x) = \sqrt{-x}$$

$$g(x) = \sqrt{-2x}$$

پایچ فاضری

تمرین:

اگر نمودار  $f(2x)$  به صورت زیر باشد، نمودار توابع زیر را رسم کنید.



$$y = f(x)$$

$$y = f\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$g(x) = f(ax + b) \text{ رسم ۷}$$

$$y = f(x)$$

$$\left. \begin{array}{l} x. \\ f(x.) = y. \end{array} \right\} x = \frac{x. - b}{a}$$

$$g\left(\frac{x. - b}{a}\right) = f(x.) = y.$$

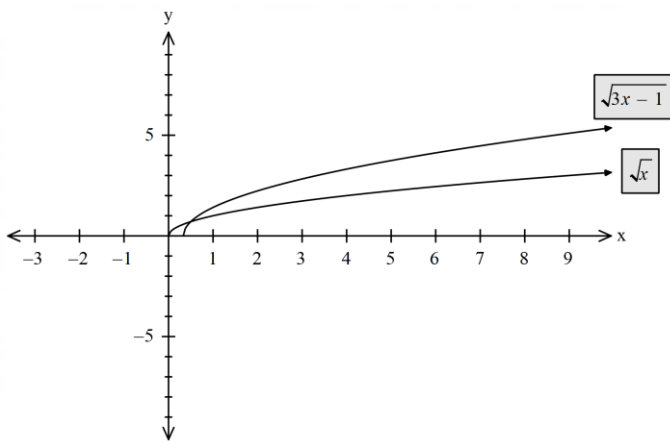
$$A \left| \begin{array}{l} x. - b \\ a \\ y. \end{array} \right.$$

اگر  $b > 0$  از نقاط منحنی به اندازه  $b$  کم می کنیم و نتیجه را به  $a$  تقسیم می کنیم.

مثال :

توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$۱) f(x) = \sqrt{3x - 1}$$

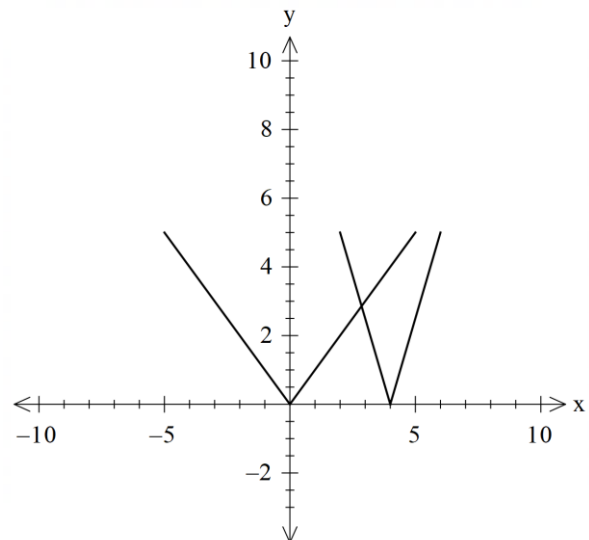


$$x \rightarrow \frac{x + 1}{3}$$

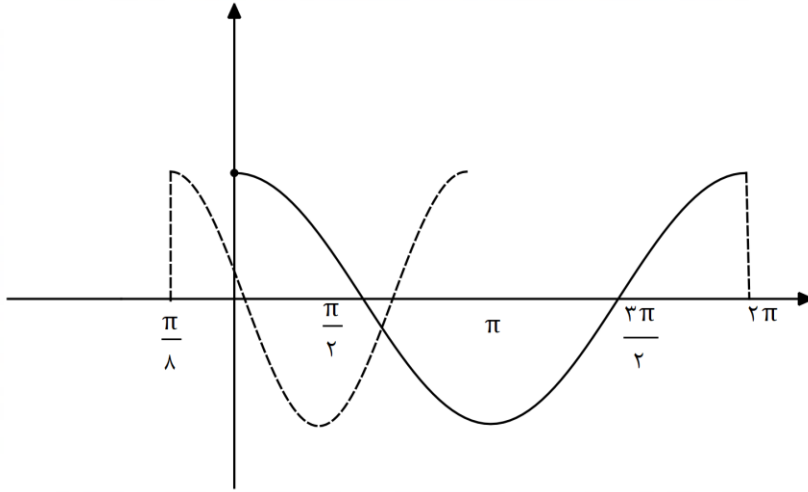
یک واحد به راست و تقسیم بر سه روی محور  $x$

$$۲) g(x) = |2x - 4|$$

$$x \rightarrow \frac{x + \varepsilon}{2}$$

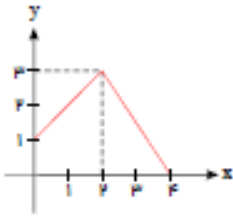


$$۳) h(x) = \cos\left(۲x + \frac{\pi}{۴}\right)$$



ایچ فطری

۱. نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = f\left(-\frac{1}{4}x + 1\right)$  را رسم



کنید.

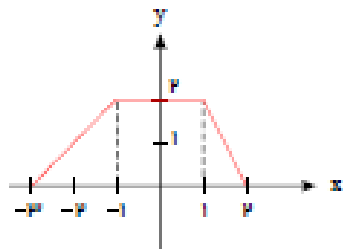
۲. نمودار تابع  $y = 2 \cos\left(\frac{1}{4}x\right)$  را در یک دوره تناوب رسم کنید.

۳. نمودار  $y = |x|$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم، سپس در راستای افقی با ضریب ۳

منقبض می کنیم و در نهایت آن را ۲ واحد به چپ منتقل می کنیم، ضابطه تابع حاصل را

بنویسید.

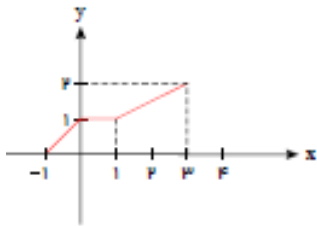
۴. نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار توابع زیر را رسم کنید.



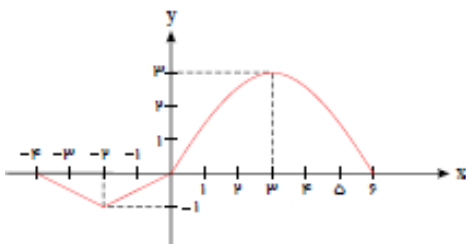
الف)  $y = -2f(x - 1)$

ب)  $y = f(2x - 1) + 1$

۵. نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = -f(x - 1)$  را رسم کنید.

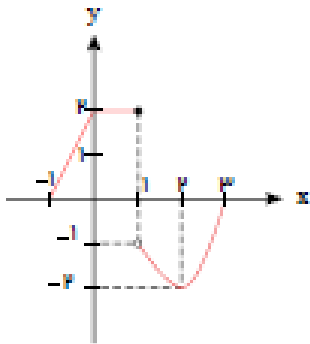


۶. نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = f(2x)$  را رسم کنید.

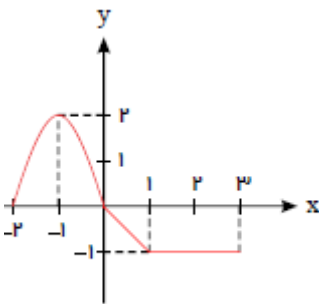




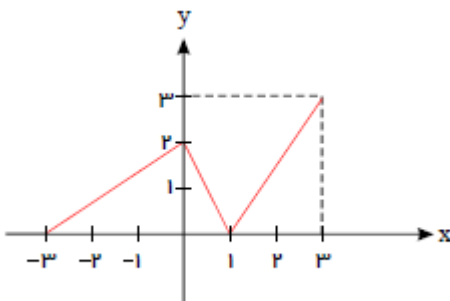
۷. نمودار تابع  $y = f(x - 1)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = f\left(\frac{1}{2}x\right) - 1$  را رسم کنید.



۸. نمودار تابع  $y = f(-2x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = -2f(x - 2)$  را رسم کنید.



۹. اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $y = f(2x - 1)$  را رسم کنید.



۱۰. اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به صورت  $D_f = [-2, 6]$  و  $R_f = [3, 10]$  باشد دامنه

و برد تابع  $g(x) = 2f(x - 4)$  را بیابید.

۱۱. اگر نقطه  $A(1, 4)$  متعلق به تابع  $y = f(x)$  باشد، این نقطه در

$g(x) = -3f(2x + 5) + 1$  به چه نقطه ای تبدیل می شود؟

۱۲. نمودار  $y = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$ ها قرینه کرده ایم، سپس آن را ۳ واحد در جهت راست

و بعد ۶ واحد به پایین منتقل کرده ایم. ضابطه تابع به دست آمده را بنویسید.

۱۳. نمودار تابع مقابل را رسم کرده و از روی آن نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x-1}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

الف)  $y = -f(-2x)$

ب)  $y = f\left(\frac{1}{3}x\right) + 1$

۱۴. با فرض  $f(x) = x^2$  توضیح دهید نمودار تابع  $g(x) = -(3x+4)^2 + 5$  چگونه از

نمودار  $f$  رسم می شود؟

۱۵. هر یک از توابع زیر، تبدیل یافته تابع  $y = \sqrt{x}$  هستند. هر یک از آن‌ها را به نمودارش نظیر

کنید.

الف)  $y = \sqrt{2+x}$

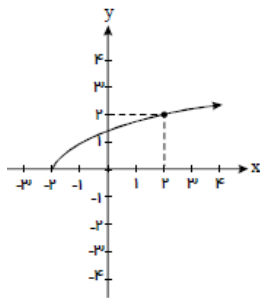
ب)  $y = 2 + \sqrt{x}$

پ)  $y = -2\sqrt{x}$

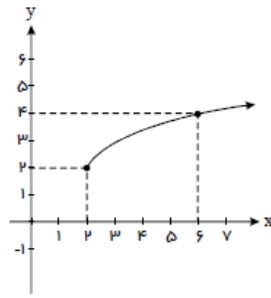
ت)  $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

ث)  $y = 2 + \sqrt{x-2}$

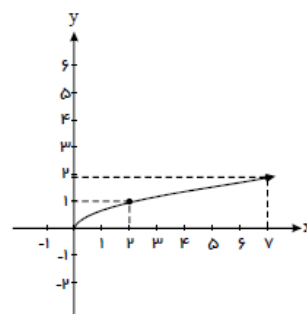
ج)  $y = \sqrt{-2x}$



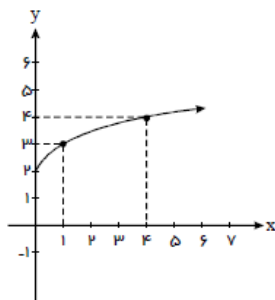
(a)



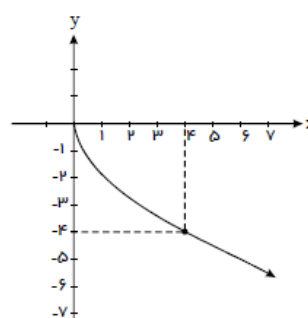
(b)



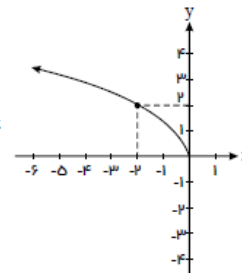
(c)



(d)

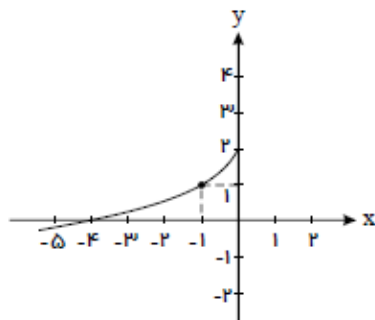


(e)



(f)

۱۶. نمودار تابع مقابل فقط از قرینه یابی و انتقال نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  به دست آمده است.



ضابطه این تابع را بنویسید.

تست ها :

۱. نمودار تابع  $y = f(2x - 1)$  را یک واحد به چپ منتقل کرده، سپس آن را نسبت به محور

عرض ها قرینه می کنیم و طول نقاط روی نمودار را دو برابر می کنیم. ضابطه تابعی که نمودار

آن به دست آمده کدام است؟

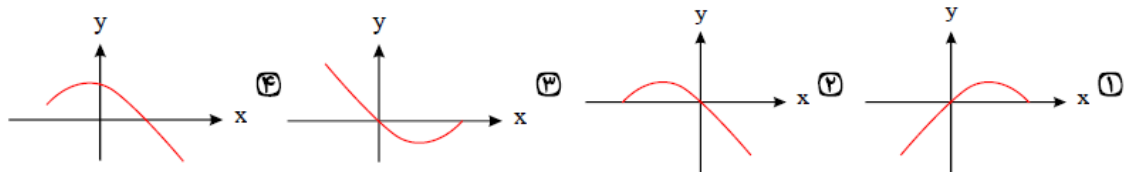
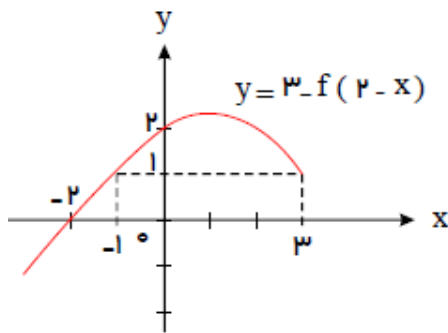
$$y = f(3 - 4x) \quad (۴) \quad y = f(-x) \quad (۳) \quad y = f(2 - x) \quad (۲) \quad y = f(1 - x) \quad (۱)$$

۲. دامنه تابع  $g(x) = f(2x - 1)$  بازه  $[-1, 3]$  است. دامنه تابع  $h(x) = f(3x + 2)$  کدام

است؟

$$\left[-\frac{5}{3}, 1\right] \quad (۴) \quad \left[-\frac{5}{3}, 2\right] \quad (۳) \quad [0, 8] \quad (۲) \quad [0, 2] \quad (۱)$$

۳. با توجه به نمودار  $y = 3 - f(2 - x)$  نمودار تابع  $y = 2 - f(x + 3)$  کدام است؟



۴. قرینه ی نمودار  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف

$x$  های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع

می کند؟

- (۱) -۲      (۲) ۰/۵      (۳) ۱      (۴) ۱/۵

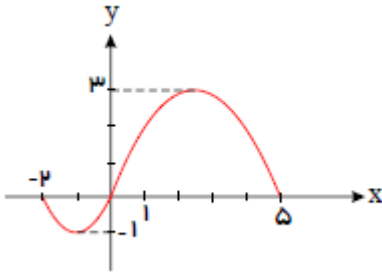
۵. نمودار تابع  $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$  را، ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی و یک واحد به طرف  $y$  های

مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع اند؟

- (۱) -۳/۵      (۲) -۳      (۳) -۲/۵      (۴) -۲

۶. اگر نمودار تابع  $y = f(x + 2)$  به صورت زیر باشد، دامنه عبارت  $\sqrt{xf(1 - \frac{x}{3})}$  به کدام

صورت است؟



(۲)  $[-12, -2] \cup [0, 2]$

(۱)  $\{-12, 2\} \cup [-2, 0]$

(۴)  $[-6, -1] \cup [0, 2]$

(۳)  $\{-12\} \cup [-2, 2]$

۷. نقطه  $A(-1, 3)$  روی نمودار تابع  $f(x)$  و نقطه متناظر با آن یعنی  $A'(a, b)$  روی نمودار

تابع  $y = 3f(2x - 5) - 7$  قرار دارد.  $a-b$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) صفر

(۱) -۲

۸. اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه ی تابع  $f(3-x)$  کدام است؟

(۴)  $[1, 3]$

(۳)  $[1, 2]$

(۲)  $[0, 3]$

(۱)  $[0, 2]$

۹. نمودار تابع  $y = -x^2 + 2x + 5$  را ۳ واحد به طرف  $x$  های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف

$y$  های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

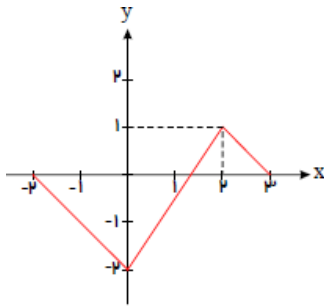
(۴)  $(2, 6)$

(۳)  $(3, 5)$

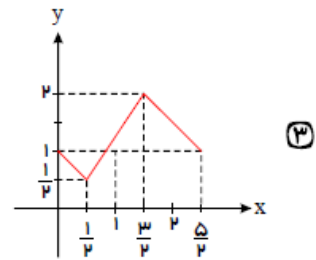
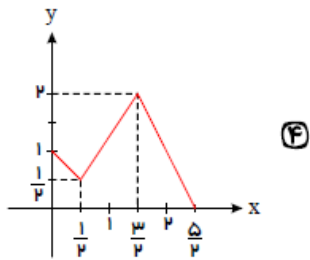
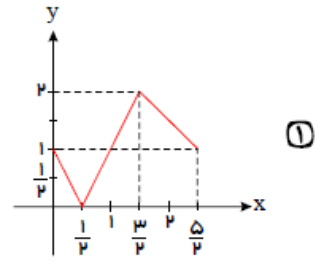
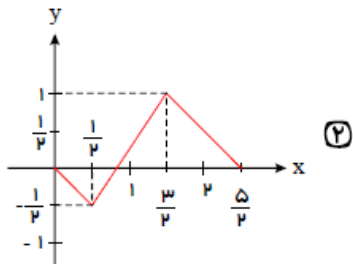
(۲)  $(2, 5)$

(۱)  $(3, 4)$

۱۰. نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$



کدام است؟



۱۱. نمودار تابع  $y = x^2 - x - 3$  را ۲ واحد به طرف  $x$  های منفی سپس ۹ واحد به طرف  $y$

های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه زیر محور  $x$  ها است؟

- (۱)  $(-5, 2)$       (۲)  $(-5, 3)$       (۳)  $(-2, 3)$       (۴)  $(-2, 5)$

۱۲. اگر نقطه  $A(3, -2)$  متعلق به تابع  $y = f(x-1) + 3$  باشد، نقطه متناظر آن در

تابع  $y = 2f\left(-\frac{x}{2}\right) + 1$  کدام است؟

- (۱)  $A'(-4, -5)$       (۲)  $A'(-4, -9)$       (۳)  $A'(-6, -9)$       (۴)  $A'(-6, -5)$



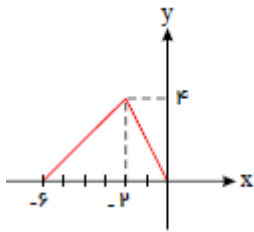
۱۳. نقطه  $A(3, -6)$  متعلق به تابع  $y = f(x)$  است، نقطه متناظر آن در تابع

$$g(x) = -2f(2x - 4) + 3$$

کدام است؟

- (۱)  $A'(2, 15)$       (۲)  $A'\left(\frac{y}{2}, 15\right)$       (۳)  $A'\left(\frac{y}{2}, -9\right)$       (۴)  $A'(2, -9)$

۱۴. اگر نمودار تابع  $y = f(2x + 5)$  به صورت زیر باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع



$y = 3f(-4x + 1)$  و محور  $x$  ها کدام است؟

(۱) ۱۰      (۲) ۱۲

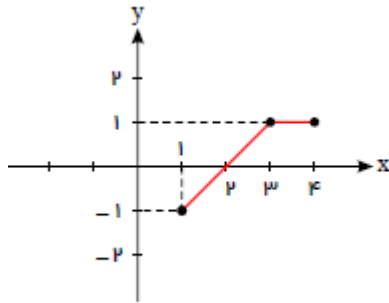
(۳) ۱۸      (۴) ۲۴

۱۵. اگر  $f(x + |x|) = x$  باشد، نمودار  $y = f(x)$  به کدام صورت می تواند باشد؟ (]]، [) نماد

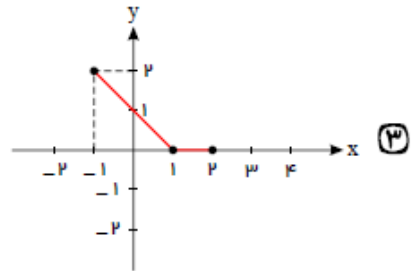
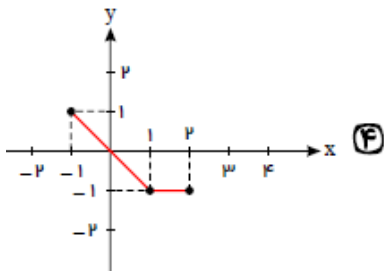
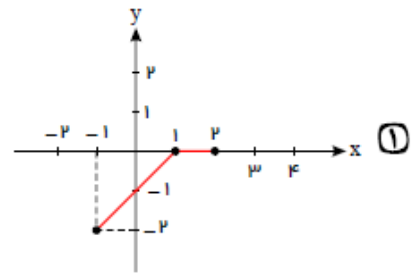
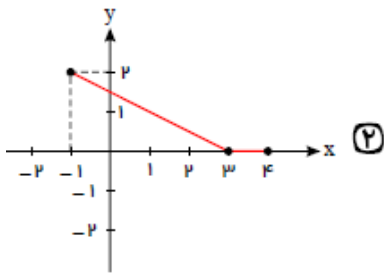
جزء صحیح است.



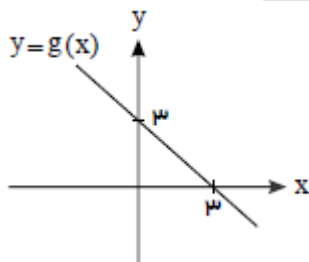
۱۶. شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x - 2) + 1$  را نشان می دهد. نمودار تابع



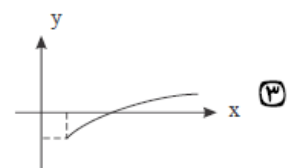
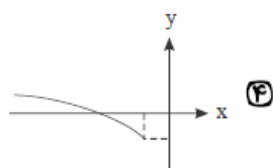
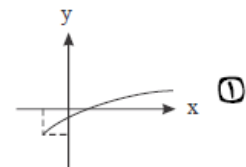
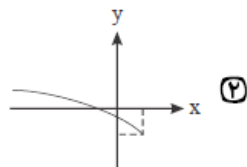
کدام است  $y = -f(x)$ ؟



۱۷. نمودار تابع  $y = g(x)$  به صورت روبه رو است. کدام گزینه نمودار تابع



$f(x) = \sqrt{1 - g(x)} - 2$  را نشان می دهد



۱۸. اگر  $D_f = [-4, 1]$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = 2f(2x) - f(x + 2)$  کدام است؟

- (۱)  $[-6, -\frac{1}{2}]$       (۲)  $[-3, 1]$       (۳)  $[-6, -2]$       (۴)  $[-2, -1]$

پایه فاضلی