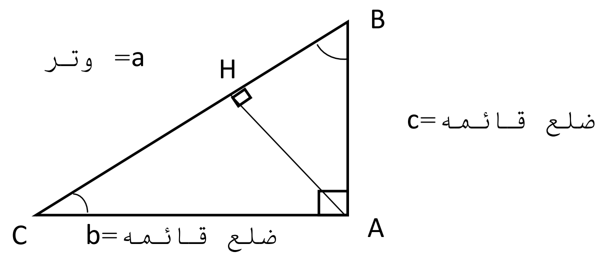
جلسه اول : نسبتهای مثلثاتی در مثلث (قائم الزاویه)



$$\cos C=\frac{b}{a}=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} \qquad \sin C=\frac{c}{a}=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\cot g C=\frac{b}{c}=\frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} \qquad \tan C=\frac{c}{b}=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

سینوس (sin ↓) ، کسینوس (Cos ↓) ، تانژانت (tg ↓) ، کتانژانت ($cotg$ ↓) ، نسبتهای مثلثاتی نامیده می‌شوند.

(سینوس و برادرانش)

◈**یادآوری** : در مثلث قائم الزاویه شکل بالا

$$a^2=b^2+c^2$$

$$AH^2=BH\times HC$$

$$AB^2=BH\times a$$

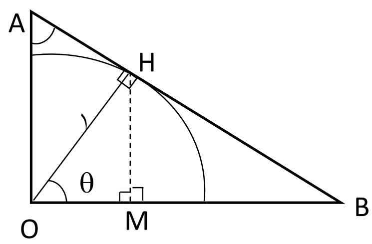
$$AC^2=CH\times a$$

مثال : در مثلث قائم الزاویه OAB ارتفاع OH=۱ ،

دایره به شعاع OH به خط AB مماس است.

توجه به شکل OB,OA ,OM,MH,AH, BH

برحسب نسبتهای مثلثاتی θ بدست آورید.



در این شکل پنج مثلث قائم الزاویه دیده می شود در مرحله اول مثلث $\overset{\Delta}{OMH}$ را در نظر می گیریم.

$$OMH \quad \widehat{M} = ۹۰ \quad \rightarrow \quad sin\theta = \frac{MH}{OH} = \frac{MH}{۱} \rightarrow MH = sin\theta$$

$$cos\theta = \frac{OM}{OH} = OM \quad \rightarrow \quad OM = Cos\theta$$

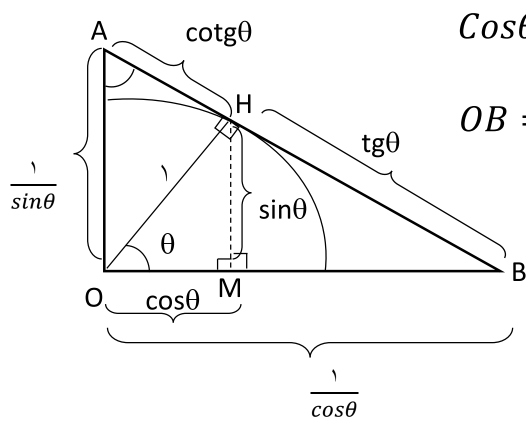
در مرحله بعدی مثلث $\overset{\Delta}{OHA}$ را در نظر می گیریم زاویه A و θهر دو زاویه متمم AOH هستند و در نتیجه با هم برابرند و در نتیجه $\hat{A}=\theta$ دقت کنید در مثلث OHA و تر = OA.

$$\sin A = Sin\theta = \frac{OH}{OA} = \frac{۱}{OA} \rightarrow OA = \frac{۱}{sin\theta}$$

نسبت $\frac{۱}{sin\theta}$ را $\text{cosec}\theta$ می نامیم در همین مثلث

$$\text{Cotg}\, A = \frac{AH}{OH} = \frac{AH}{۱} \rightarrow AH = CotgA$$

برای اضلاع باقیمانده مثلث OHB را در نظر می گیریم در این مثلث



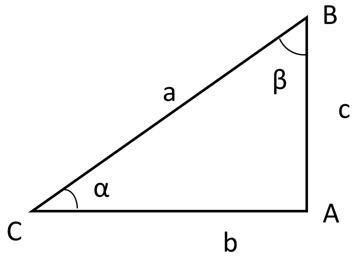
$$Cos\theta = \frac{OH}{OB} = \frac{۱}{OB} \rightarrow$$

$$OB = \frac{۱}{Cos\theta} = Sec\theta \quad \theta \text{ سکانت}$$

$$tg\theta = \frac{HB}{OH} = \frac{HB}{۱} = HB$$

$$tg\theta = HB$$

زاویه های متمم



$$\alpha + \beta = ۹۰$$

$$\beta = ۹۰ - \alpha$$

$$sin\beta = \frac{b}{a} \qquad Cos\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow \sin(۹۰ - \alpha) = \mathrm{Cos}\alpha$$

و به طور مشابه

$$Cos\ (۹۰ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$tg\ (۹۰ - \alpha) = \mathrm{Cotg}\,\alpha$$

$$Cotg\ (۹۰ - \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$$

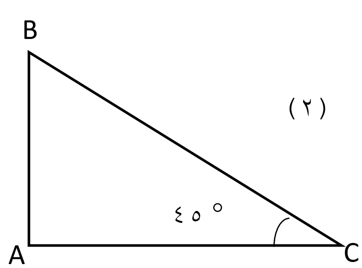
اگر دو زاویه متمم باشند $\alpha + \beta = ۹۰$

$$Cos\beta = Sin\alpha \qquad tg\beta = cotg\alpha$$

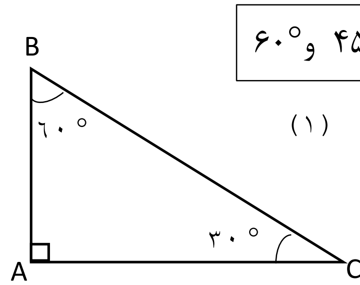
$$Sin\beta = Cos\alpha \qquad Cotg\beta = tg\alpha$$

مثال: $tg۱۰ = cotg۸۰ \qquad Sin۲۰ = Cos۷۰$

محاسبه نسبتهای ۳۰° و ۴۵° و ۶۰°



(۲)



(۱)

با توجه به شکلهای بالا نسبت مثلثاتی ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ را بدست آورید.

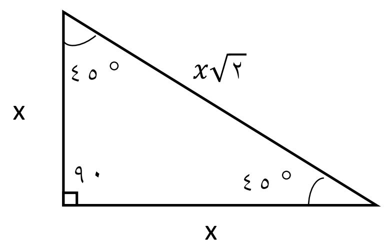
در شکل (۱) AB=x و BC=۲x (ضلع مقابل به زاویه ۳۰° نصف وتر است)

و در نتیجه $AC = x\sqrt{۳}$ است . در نتیجه

$$Sin۳۰^{\circ} = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{۲x} = \frac{۱}{۲} \qquad Cos۳۰^{\circ} = \frac{x\sqrt{۳}}{۲x} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$tg۳۰^{\circ} = \frac{x}{x\sqrt{۳}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \qquad Cotg۳۰^{\circ} = \frac{x\sqrt{۳}}{x} = \sqrt{۳}$$

با توجه به روش بالا نسبتهای ۴۵° را بدست آورید.



دوضلع مساوی

$$sin۴۵^{\circ} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$cos۴۵^{\circ} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$tg۴۵^{\circ} = ۱$$

$$cotg۴۵^{\circ} = ۱$$

فرمولهای مقدماتی : با توجه به تعریف cotg , tg, cos , sin

$$sin^۲c + Cos^۲c = ۱$$

$$tgC = \frac{Sinc}{Cos\ c}$$

$$CotgC = \frac{Cosc}{sin\ c} \qquad tgC \times CotgC = ۱$$

$$۱ + tg^۲c = \frac{۱}{cos^۲\ c} \qquad ۱ + cot^۲c = \frac{۱}{sin^۲c}$$

برای اثبات رابطه های بالا کافی است با توجه به تعریف نسبتهای مثلثاتی به جای آن نسبت جایگذاری کنیم.

مثال: ثابت کنید $Cos^2x - sin^2x = \frac{1-tg^2x}{1+tg^2x}$

مهمترین سوال دانش آموزان در این نوع مسائل از کجا شروع کنیم و از کجا بفهمیم

یک طرف بر حسب cos , sin و طرف دوم Cotg , tg از همین جا شروع می کنیم.

چگونه طرف اول را به tg تبدیل کنیم؟ با تقسیم به cos^2x

$$\frac{cos^2x}{Cos^2x}(cos^2x - sin^2x) = cos^2x\left(\frac{cos^2x - sin^2x}{cos^2x}\right) = cos^2x(1 - tg^2x)$$

$$\frac{1 - tg^2x}{\frac{1}{cos^2x}} = \frac{1 - tg^2x}{1 + tg^2x}$$

◈◈ حالا شما از طرف دوم به طرف اول برسید.

(همین حالا) لطفا

مثال (ساده)

☜ ثابت کنید $\frac{sinx}{1-sinx} - \frac{sinx}{1+sinx} = 2tg^2x$

حالا باید چکار کنیم ⇦ چه کاری می‌توانیم انجام بدیم

فکر کنم فهمیدید: مخرج مشترک

$$\frac{sinx(1 + sinx) - Sinx(1 - sinx)}{(1 - sinx)(1 + sinx)}$$

مرحله بعد ساده کردن

$$\frac{\cancel{sinx} + sin^2x - \cancel{Sinx} + sin^2x}{1 - sin^2x} = \frac{2sin^2x}{cos^2x} = 2tg^2x$$

باید به مرحله ای برسیم که با یک نگاه بتوانیم شروع مناسبی پیدا کنیم.

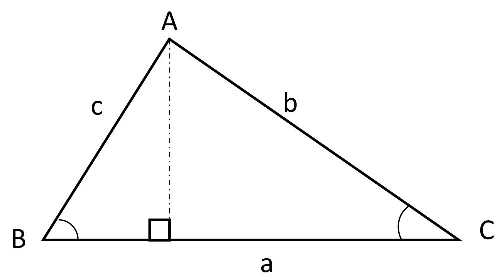
مثال : اگر $\frac{tg^{۳}\theta-۱}{tg\theta-۱}-\frac{۱}{cos^{۲}\theta}=۱$ مقدار sinθ را بدست آورید.دقیقه ۱۴:۱۶ ویس فرستاده شد که جابه جاشود

در این مسئله کارهایی که باید انجام بدهیم تقریبا واضح هستند اگر اتحاد چاق و لاغر را بلد باشیم صورت را تجزیه می کنیم .

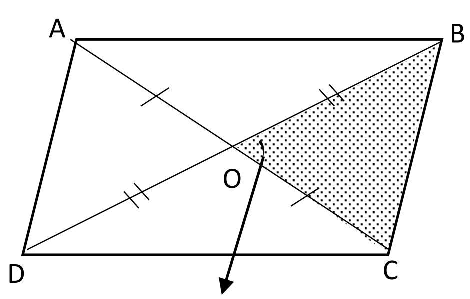
$$\frac{(tg\theta-۱)(tg^{۲}\theta+tg\theta+۱)}{(tg\theta-۱)}-(۱+tg^{۲}\theta)=۱$$

$$\rightarrow tg\theta=۱\rightarrow\theta=۴۵^{o}\rightarrow sin\theta=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

محاسبه مساحت مثلث (دوزاویه و ضلع بین)



$$\frac{۱}{۲}ac\ \ sinB=\frac{۱}{۲}absinC=\frac{۱}{۲}bcSinA$$



$$S=AD\times DC\ \ SinD$$

به طور کلی حاصلضرب دو ضلع مجاوردر سینوس زاویه بین آن دو ضلع

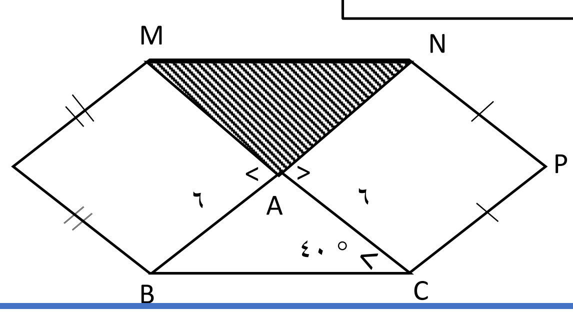
یا

$$S=۴\times\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}BD\times\frac{۱}{۲}AC\ \ \times sinO_{۱})$$

$$\frac{۱}{۲}BD\times AC\times sinO_{۱}$$

$$\frac{۱}{۲}BD\times AC\times Sin\ O_{۱}$$

نصف حاصلضرب دو قطر × سینوس زاویه بین دو قطر



در شکل مقابل مساحت AMN را بدست آورید.

$Sin۱۰۰^{\circ} \simeq ۰/۹۸$

۱) ۱۶ ‏ ‏ ۲) ۱۶/۹۶ ‏ ‏ ۳) ۱۷/۶۴ ‏ ‏ ۴) ۱۷/۰۸

به راحتی دیده می شود MAN=۸۰° بنابراین $S_{MAN} = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۶ \times sin۸۰^{\circ}$

چون ۱۸۰=۸۰+۱۰۰ دو زاویه مکمل و سینوس آنها برابر است

$$S_{MAN} = ۱۸ \times sin۱۰۰ = ۱۸ \times ./۹۸ = ۱۷/۶۴$$

قانون سینوسها در هر مثلث $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{sinB} = \frac{C}{sinC}$

قانون کسینوسها

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\ CosA$$

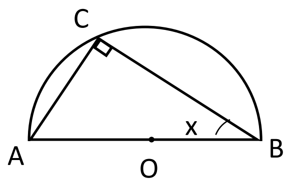
$$b^۲ = c^۲ + a^۲ - ۲ac\ CosB$$

$$c^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab\ CosC$$

جلسه اول را به دقت مرور کنید در صورتی که مطلبی را متوجه نشدید با پشتیبان خود تماس بگیرید.

۱۰ تست حل شده :

۱)در شکل زیر شعاع دایره برابر ۵ و AB قطر دایره است و BC=۸ ، tgx کدام است؟



۱) ۰/۸   ۲) ۰/۶   ۳) ۰/۵   ۴) ۰/۷۵

پاسخ:

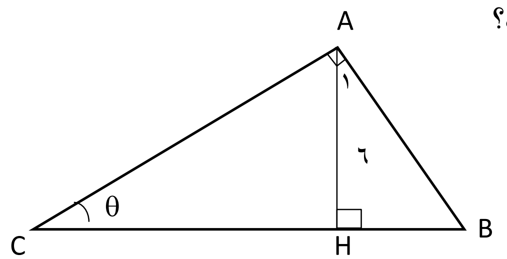
در دایره زاویه روبرو به قطر نصف کمان مقابل $=90^\circ$

مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم الزاویه است.

$$\begin{cases} AB = 2\times 5 = 10 \\ BC = 8 \end{cases} \Rightarrow AC^2 = AB^2 - BC^2 \Rightarrow AC^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow AC = 6$$

گزینه ۲ $tgx = \frac{AC}{CB} = \frac{6}{8} = 0/75$

۲)طول ضلع BH، در صورتی که $Sin\theta = \frac{3}{5}$ باشد کدام است؟



۱) ۶   ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) ۴

در مثلث $\overset{\Delta}{ACH}$ $Sin\theta = \frac{AH}{AC}$

$$Sin\theta = \frac{6}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{AC = \frac{6\times 5}{3} = 10}$$

در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ $Cos\theta = \frac{AC}{BC}$

$$\boxed{BC = \frac{50}{4} = 12/5}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{10}{BC}\ \frac{3}{5} \Rightarrow 4BC = 50 \Rightarrow$$

در مثلث $\overset{\Delta}{ACH}$ $AC^2 = CH^2 + AH^2 \leftarrow$

$$100 = 36 + CH^2 \Rightarrow \boxed{CH = 8}$$

$$BH = BC - CH = 12/5 - 8 = 4/5 = \frac{9}{2}$$

$$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$$

$$\frac{9}{25} + Cos^2\theta = 1$$

$$Cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$Cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{BH = \frac{9}{2}}$$

راه حل یک خطی

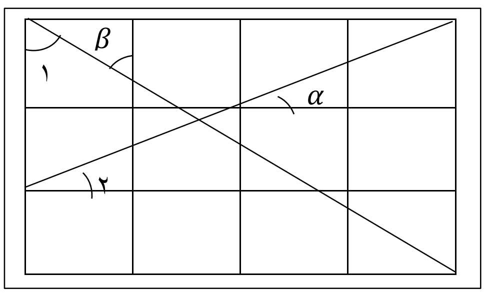
$\theta = H\hat{A}B \leftarrow$ هر دو متمم زاویه $\hat{B}$

$tg\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{۳}{۴}$ در مثلث $\overset{\Delta}{AHB}$ $tg\, H\hat{A}B = tg\theta = \frac{۳}{۴} = \frac{HB}{۶}$

$$HB = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲}$$

۳)با توجه به شکل مقابل $۲\sin^۲\alpha + \cos\beta$ کدام است.(هر مربع به ضلع ۱ واحد است)

۱(۱ ۲(۲ ۳) $\frac{۱۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$



با توجه به خطوط موازی و مورب

$\angle ۱ = \angle\beta$

$\cos\beta = \cos(\hat{۱}) = \frac{۳}{۵}$

$\angle ۲ = \alpha \Rightarrow \sin\alpha = \sin(۲) = \frac{۲}{\sqrt{۴+۱۶}} = \frac{۱}{\sqrt{۵}}$

$۲\sin^۲\alpha + \cos\beta = \frac{۲}{۵} + \frac{۳}{۵} = ۱$

گزینه (۱)

۴)حاصل $\frac{۱}{۱+tg۸۹} + \frac{۱}{۱+tg۸۸} + \frac{۱}{۱+tg۲} + \frac{۱}{۱+tg۱}$ کدام است؟

۱(۱ ۲(۲ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

می دانیم اگر دو زاویه متمم باشند یعنی $\alpha + \beta = ۹۰^\circ$ $tg\alpha = \cot\beta$

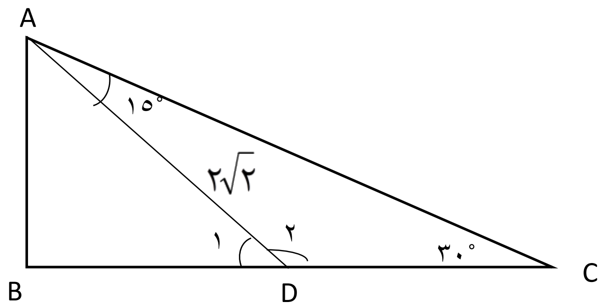
در نتیجه $tg۸۹ = \cot۱$ و $tg۸۸ = \cot۲$

نکته : اگر a × b=۱ $\frac{۱}{۱+a} + \frac{۱}{۱+b} = ۱$ توضیح برای اثبات کافی است به جای b مساوی $\frac{۱}{a}$ قراردهیم

نتیجه $\boxed{\frac{۱}{۱+tg\alpha} + \frac{۱}{۱+\cot\alpha} = ۱}$

$$\underline{\frac{۱}{۱+tg۱}} + \underline{\underline{\frac{۱}{۱+tg۲}}} + \underline{\underline{\frac{۱}{۱+\cot g۲}}} + \underline{\frac{۱}{۱+\cot g۱}} = ۲$$

۵) در شکل مقابل طول CD چقدر است؟



۱) $۲(\sqrt{۳}-۱)$ ۲) $۲(\sqrt{۳}+۱)$

۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

با توجه به شکل مقابل $\hat{D}_۱ = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵^\circ$

در مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$, $BD = AD \times CosD_۱$

مثلث متساوی الساقین $AB = ۲ \Leftarrow ۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۲\sqrt{۲} =$

در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$, $tg۳۰^\circ = \frac{AB}{BC}$ و در نتیجه $\frac{۲}{BC} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$ و در نتیجه $BC = \frac{۶}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳}$

گزینه ۱ $DC = BC - BD = ۲\sqrt{۳} - ۲ = ۲(\sqrt{۳}-۱)$

۶) اگر $\sin\theta\cos\theta = \frac{۱}{۳}$, θ زاویه حاده باشد $\sin\theta + \cos\theta$ را بدست آورید.

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

یادآوری $a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab$

$$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^۲ - ۲\sin\theta\cos\theta = ۱$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^۲ = ۱ + ۲\sin\theta\cos\theta = ۱ + ۲ \times \frac{۱}{۳}$$

$$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{\frac{۵}{۳}} = \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$$

گزینه ۳

۷) اگر $\cos x = \frac{۲}{۳}$ حاصل عبارت $\frac{۲\cos x}{۱+\sin x} + ۲tgx$ کدام است ؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۳ ۴) ۱

توضیح در این مسئله بهتر است به جای محاسبه نسبتهای مثلثاتی ابتدا عبارت را ساده کنیم .

نکته : اگر مخرج کسر $۱\pm\sin x$ یا $۱\pm\cos x$ باشد اگر صورت و مخرج را در مزدوج آن ضرب کنیم کسر ساده‌تر می شود.

$$\frac{۲\cos x(۱-\sin x)}{\cancel{(۱+\sin x)(۱-\sin x)}} + ۲tgx$$

$$\cancel{۱-\sin^۲ x}$$

$$\cos^۲ x$$

گزینه ۳ $\frac{۲-۲\sin x}{\cos x} + ۲tgx = \frac{۲}{\cos x} - \cancel{۲tgx} + \cancel{۲tgx} = \frac{۲}{\frac{۲}{۳}} = ۳$

۸) حاصل عبارت $A = \frac{۱}{\cos^۶ x} - \frac{۳tg^۲ x}{\cos^۲ x}$ همواره کدام است ؟

۱) $۱+tg^۲x$ ۲) $۱+tg^۳x$ ۳) $۱+tg^۴x$ ۴) $۱+tg^۶x$

روش تستی چون تساوی باید همواره برقرار باشد به جای x یک زاویه دلخواه و مناسب قرار می دهیم (۶۰° از همه مناسب تر است) چرا ؟

$$A = \frac{۱}{(\frac{۱}{۲})^۶} - \frac{۳(\sqrt{۳})^۲}{(\frac{۱}{۲})^۲} = ۶۴ - ۳۶ = ۲۸$$

اگر ۶۰° در گزینه ها امتحان کنیم گزینه ۴ برابر ۲۸ می شود.

روش دوم :

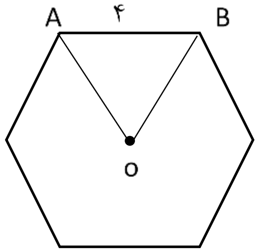
$$\frac{۱}{\cos^۶ x} - \frac{۳tg^۲ x}{\cos^۲ x} = \left(\frac{۱}{\cos^۲ x}\right)^۳ - ۳tg^۲ x\left(\frac{۱}{\cos^۲ x}\right)$$

$$(۱+tg^۲x)^۳ - ۳tg^۲x(۱+tg^۲x) = ۱^۳ + ۳(۱)^۲ tg^۲x + ۳(tg^۲x)^۲(۱) + tg^۶x$$

$$-۳tg^۲x - ۳tg^۴x = ۱ + tg^۶x$$

$(a+b)^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$

۹) مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۴ کدام است ؟



۱) $۱۲\sqrt{۳}$ ۲) $۱۶\sqrt{۳}$ ۳) $۲۴\sqrt{۳}$ ۴) $۸\sqrt{۳}$

نکته : در شش ضلعی منتظم اگر از مرکز به رئوس آن وصل کنیم

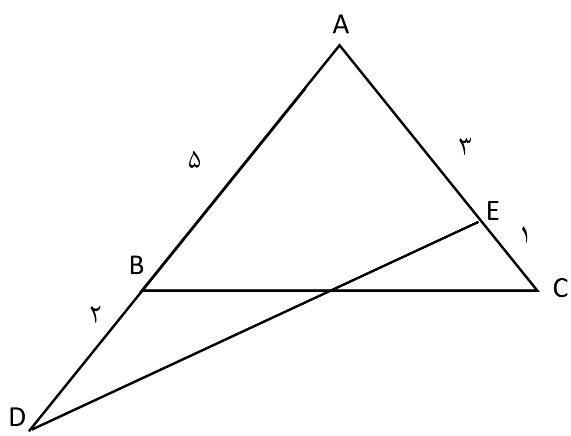
۶ مثلث متساوی الاضلاع مساوی بدست می آید

در مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$, $OB=۴$, $OA=۴$ و زاویه بین آنها ۶۰° است.

$$S_{OAB}=\frac{۱}{۲}OA\times OB\times \mathbf{sin}۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۴\times \frac{\sqrt{۳}}{۲}=۴\sqrt{۳}$$

شش ضلعی $S=۶\times ۴\sqrt{۳}=۲۴\sqrt{۳}$

۱۰) در شکل نسبت $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}$ چقدر است؟



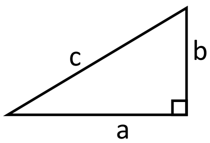
$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{۱}{۲}AD\times AE\times SinA}{\frac{۱}{۲}AB\times AC\times SinA}$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{۷\times ۳}{۵\times ۴}=\frac{۲۱}{۲۰}$$

تمرین اول

۱)با در دست داشتن $\cos\alpha , \cot\alpha = \frac{۲}{۳}$ را بدست آورید.

۲) در مثلث روبه رو اگر $\frac{b}{c} = \frac{۱}{۳}$ باشد، $\frac{a}{b}$ را بیابید.



۳) اگر $\sin\alpha = a + ۲b$ و $\cos\alpha = ۲a - ۳b$ و همچنین $۵a^{۲} + ۱۳b^{۲} = ۱۷$ باشد، آنگاه حاصل ab را بیابید.

۴) درستی اتحاد زیر را بررسی کنید:

$$\frac{۱-\cos\alpha}{\tan^{۲}\alpha} = \frac{\cos^{۲}\alpha}{۱+\cos\alpha}$$

۵)درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\frac{(۱+\tan^{۲}\alpha)\cos^{۲}\alpha}{\cot\alpha} = \tan\alpha$$

۶)درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$۱-\frac{\cos^{۲}x}{۱+\sin x} = \sin x$$

۷) درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\frac{\sin^{۲}\alpha - \cos^{۲}\alpha}{\cos\alpha(\tan\alpha - ۱)} = \sin\alpha + \cos\alpha$$

۸) اگر $\tan\alpha = \frac{-۴}{۳}$ و α زاویه‌ای در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه α را به دست آورید.

۹) اگر $\tan ۲۴۰^{\circ} = \sqrt{۳}$، آنگاه نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه ۲۴۰° را به دست آورید.

۱۰) با فرض با معنی بودن هر کسر، درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف) $\frac{۱}{\sin\theta} \times \tan\theta = \frac{۱}{\cos\theta}$ ب) $\frac{\cos}{۱+\sin\theta} = \frac{۱-\sin}{\cos\theta}$

پ) $\frac{۱+\tan\alpha}{۱+\cot\alpha} = \tan\alpha$ ت) $۱-\frac{\cos^{۲}x}{۱+\sin x} = \sin x$ ث) $\frac{۱}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{۱+\sin x}$

تمرین دوم

۱)اگر داشته باشیم sinα=۰/۶ ,cotα را بدست آورید.

۲)با فرض cotα=۲، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{۲\cos\alpha-\sin\alpha}{۳\sin\alpha+\cos\alpha}$$

۳)در صورتیکه $\cot\alpha=\frac{۱}{۵}$، حاصل $\frac{۱}{\cos^{۲}\alpha}-۱$ را بدست آورید.

۴)اگر $\cos^{۴}\alpha=\frac{۱}{۳}$، حاصل عبارت $(\sin^{۲}\alpha+۱)(۲+\cos^{۲}\alpha)$ را بیابید.

۵)درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{۱-\cos\alpha}=\tan\alpha$$

۶)درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\left(\frac{۱}{\cos\alpha}+\tan\alpha\right)(۱-\sin\alpha)=\cos\alpha$$

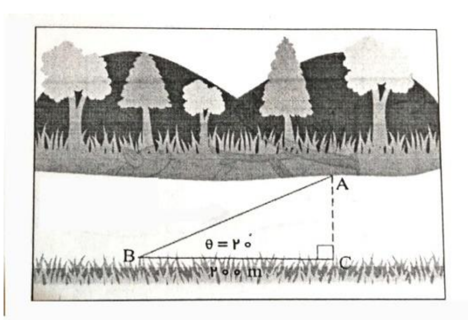
۷) درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{۱}{\sin\alpha}-\sin\alpha\right)\cot\alpha}{\cos\alpha}}=|\cot\alpha|$$

۸)فرض کنید αزاویه‌ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد و $\cos\alpha=-\frac{۳}{۵}$، نسبت های مثلثاتی دیگر زاویه αرا به دست آورید.

۹) اگر $\sin ۱۳۵^{\circ}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$، آنگاه نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه °۱۳۵ را به دست آورید.

۱۰)شخصی می خواهد عرض یک رودخانه را اندازه گیری کند. او ابتدا مطابق شکل، نقطه ای چون C و سپس نقطه ای مانند A را در امتداد C و در طرف دیگر رودخانه مشخص می‌کند و به اندازه ۲۰۰ متر از C به صورت افقی در امتداد رودخانه حرکت می کند تا به نقطه B برسد. اگر زاویه دید این شخص (ا زنقطه B به نقطهA)، °۲۰ باشد و sin۲۰°=۰/۳۴ ، او چگونه می‌تواند عرض



رودخانه را محاسبه کند؟ (پاسخ خود را تا دو رقم اعشار برحسب متر بنویسید)