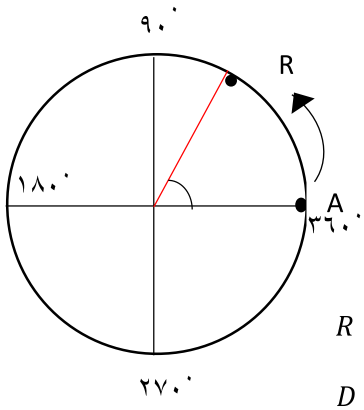


۸واحدهای زاویه :

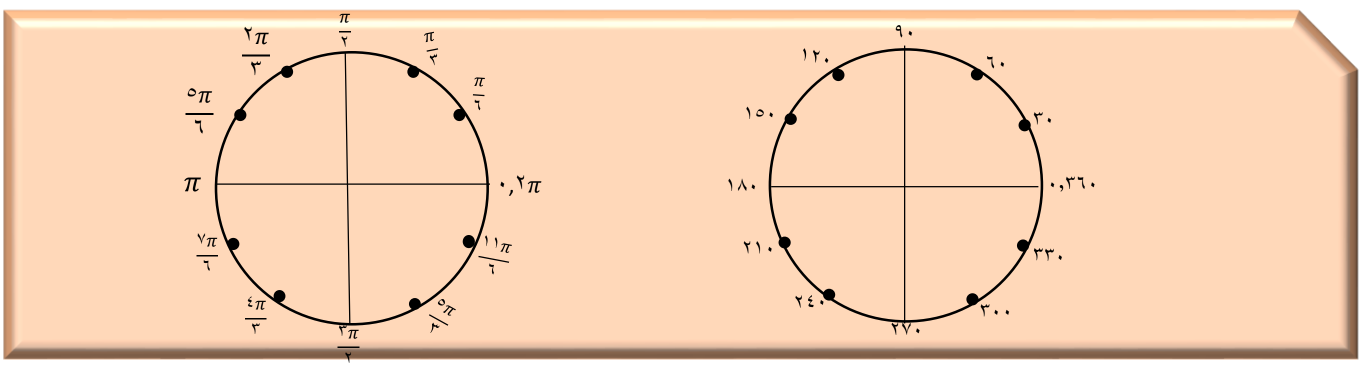
- درجه:اگر محیط دایره را به ۳۶۰قسمت مساوی تقسیم کنیم هرکدام یک درجه است .
- رادیان:کمانی به اندازه شعاع دایره در نظر میگیریم
- زاویه مقابل آن یک رادیان است بنابراین یک دور کامل برابر ۲π رادیان است.

$D/۱۸۰=R/\pi$ تبدیل درجه به رادیان و برعکس:

$$R = ۱ \rightarrow D = \frac{۱۸۰}{\pi} \cong ۵۷.۳°$$

$$D = ۱ \rightarrow R = \frac{\pi}{۱۸۰} = ۰.۰۱۷Rad$$

- **مساله:** دایره را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می کنیم زاویه هر نقطه را مشخص کنید؟



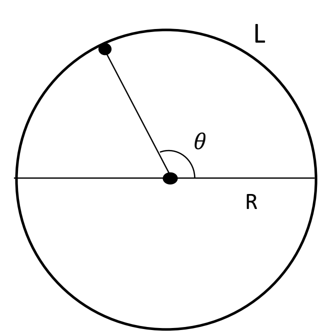
تبدیل سریع درجه به رادیان و برعکس:

- **رادیان به درجه: به جای π معادل زاویه آن یعنی°۱۸۰ را قرار می دهیم یا $۱۸۰/\pi$ را در اندازه زاویه برحسب رادیان ضرب می کنیم .**
- **درجه به رادیان ، زاویه برحسب درجه × $\pi/180$**

$$\frac{7\pi}{3} \rightarrow \frac{7 \times 180}{3} = 420$$

$$330 \rightarrow 330 \times \frac{\pi}{180} = \frac{11\pi}{6}$$

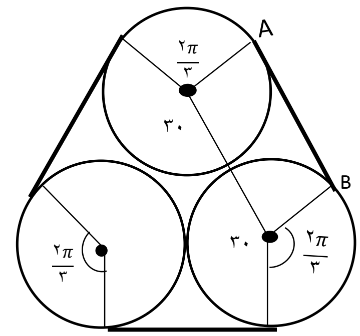
محاسبه زاویه برحسب طول کمان مقابل:



$$\text{اندازه زاویه}\,\boldsymbol{\theta} = \frac{\text{طول کمان رو به روی}\,\boldsymbol{\theta}}{\text{شعاع دایره}}$$

$$\left(\text{برحسب رادیان}\right)\boldsymbol{\theta} = \frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{R}}$$

مساله:۳دایره به وسیله یک طناب به هم بسته شده اند.طول طناب با فرض اینکه شعاع دایره ۳۰سانتی متر باشد را به دست آورید.



۱) $30\pi + 180$
۲) $60\pi + 120$
۳) $60\pi + 180$
٤) $30\pi + 120$

پاسخ :

$$\theta = \frac{l}{R} \to \frac{2\pi}{3} = \frac{l}{30} \Rightarrow l = 20\pi$$

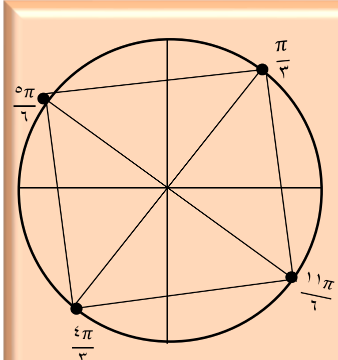
طناب از سه کمان باطول20π و سه قسمت به طول ٦۰سانتی متر تشکیل شده است.

$$3 \times 20\pi + 3 \times 60 = 60\pi + 180$$

مساله: در دایره ای به شعاع ۳سانتی متر زاویه های $\theta = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$ و$0 \le k < 4$ و$k \in z$ را مشخص می کنیم مساحت شکلی که از وصل کردن این نقاط به صورت متوالی به دست می آید کدام است؟

۱) ۹
۲) ۱۸
۳) ۲۷
٤) ۳٦

پاسخ:



K=۰ $\theta = \frac{\pi}{3}$

K=۱ $\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

K=۲ $\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

K=۳ $\theta = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}$

اگر$k \ge 4$ باشد نقاط جدید بر نقاط قبلی منطبق می شود.

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} - \frac{4\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

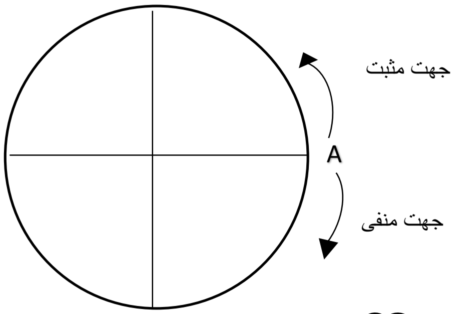
در نتیجه هر چهار کمان باهم برابر و وترهای مقابل آن ها با هم برابراست و هر زاویه مقابل به کمان π رادیان در نتیجه $\frac{\pi}{2}$ رادیان است. و شکل به دست آمده مربع است و $S = \frac{d^2}{2} = \frac{(2\times3)^2}{2} = 18$(مساحت مربع بر حسب قطر)

دایره مثلثاتی:

دایره مثلثاتی دایره ای است با مشخصات زیر

۱) دارای مبدا (A)
۲) دارای جهت: خلاف حرکت عقربه های ساعت جهت مثبت ، و برخلاف آن جهت منفی است.
۳) شعاع دایره برابر واحد (یک) است.

توجه:در دایره مثلثاتی زاویه منفی و زاویه های بزرگتر از ۳۶۰° یا ۲π رادیان تعریف می شوند.



مثال:زاویه های زیر را روی دایره مشخص کنید؟

$\frac{۱۱\pi}{۳}$ ۳۰۰° $۲k\pi - \frac{\pi}{۳}, k \in z$ -۷۸۰° $-\frac{\pi}{۳}$ $\frac{۵\pi}{۳}$

اگر روی دایره مثلثاتی یک دور کامل بزنیم زاویه۲πو ۲دور ۴πو ...

- مضرب های زوج π و یا مضرب های ۳۶۰° روی نقطه A قرار دارند.$۳۶۰k^\circ$ یا $۲k\pi$روی نقطه A هستند.
- مضرب فردπ یا مضرب های فرد ۱۸۰° در نقطه B قرار دارند.
- همه زاویه های بالا نقطه M را مشخص می کنند.

نتیجه: هر زاویه ای روی دایره مثلثاتی یک نقطه را مشخص می کند و هر نقطه بیشمار زاویه را تعیین می کند.

$$\frac{۱۱\pi}{۳} = \frac{۱۲\pi - \pi}{۳} = ۴\pi - \frac{\pi}{۳}$$

۳۰۰°

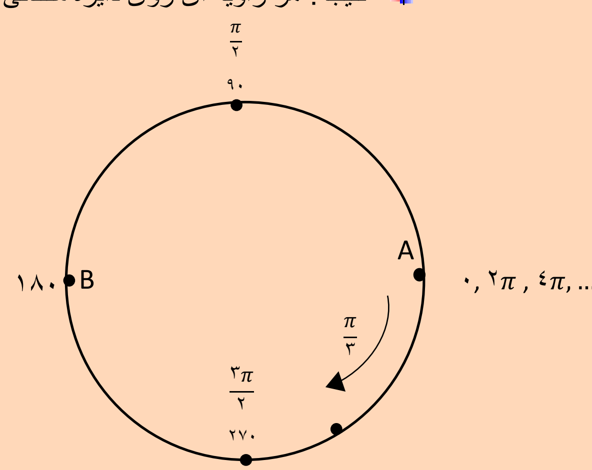
$$\frac{۵\pi}{۳} = \frac{۶\pi - \pi}{۳} = ۲\pi - \frac{\pi}{۳}$$

$$۲k\pi - \frac{\pi}{۳}, k \in z \text{ یا } ۳۶k - ۶۰^\circ$$

$$-\frac{۷\pi}{۳} = -۲\pi - \frac{\pi}{۳}$$

$$-۷۸۰^\circ = -۲ \times ۳۶۰ - ۶۰^\circ$$

$$-\frac{\pi}{۳}$$



مختصات نقطه روی دایره مثلثاتی:

$$\frac{OP}{OM}=\cos\theta \Rightarrow OP=\cos\theta$$

$x=\cos\theta$ طول نقطه

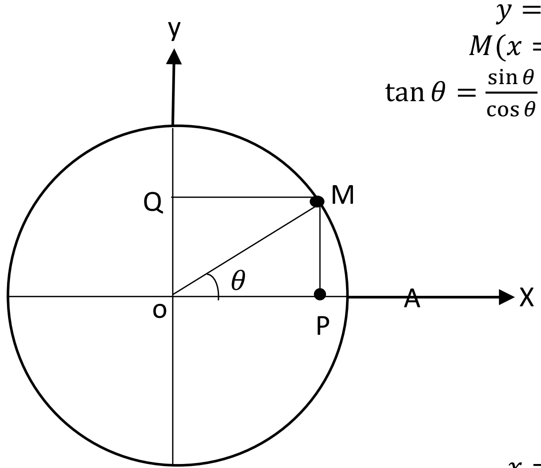
$$\frac{MP}{OM}=\frac{MP}{1}=\sin\theta=OQ$$

$y=\sin\theta$ عرض نقطه

$$M(x=\cos\theta, y=\sin\theta)$$

$$M\left|\begin{array}{l}\cos\theta\\ \sin\theta\end{array}\right.$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{y}{x} \qquad \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{x}{y}$$



ناحیه اول $\begin{array}{l}x=\cos\theta>0\\ y=\sin\theta>0\end{array} \Rightarrow \tan\theta, \cot\theta>0$

ناحیه دوم $\begin{array}{l}x=\cos\theta<0\\ y=sin\theta>0\end{array} \Rightarrow \tan\theta, \cot\theta<0$

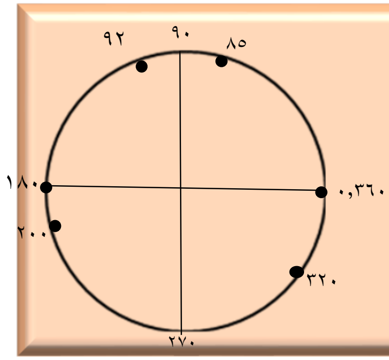
ناحیه سوم $\begin{array}{l}x=\cos\theta<0\\ y=\sin\theta<0\end{array} \Rightarrow \tan\theta, \cot\theta>0$

ناحیه چهارم $\begin{array}{l}x=\cos\theta>0\\ y=\sin\theta<0\end{array} \Rightarrow \tan\theta, \cot\theta<0$

تست: انتهای کدام کمان در ناحیه دوم مثلثاتی است؟

۱) ۲۰۰   ۲) ۹۲   ۳) ۳۲۰   ۴) ۸۵

- جواب درست گزینه ۲ است.



تست:اگر $\sin \propto . \cos \propto > ۰$ و $\cos \propto . \tan \propto < ۰$ آنگاه زاویه $\propto$ در کدام ناحیه قرار دارد؟

۱)اول　　　　۲)دوم　　　　۳) سوم　　　　۴) چهارم

- جواب درست ناحیه سوم است.

$\sin \alpha . \cos \alpha > ۰ \to$ ناحیه اول یا سوم

$\cos \alpha . \tan \alpha < ۰$ ناحیه سوم یا چهارم

$\Rightarrow \cap$ ناحیه سوم

تست: نقطه(۱- و ۰) روی دایره مثلثاتی حول مبدا به اندازه ۱۲۰° در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران می دهیم مختصات نقطه جدید کدام است؟

۱) $\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{ و }\frac{۱}{۲}\right)$

۲) $\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{ و }-\frac{۱}{۲}\right)$

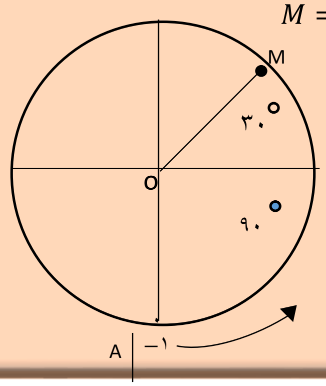
۳) $\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{ و }\frac{۱}{۲}\right)$

۴) $\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{ و }-\frac{۱}{۲}\right)$

- نقطه A رابه اندازه $۱۲۰^{\circ} = ۳۰^{\circ} + ۹۰^{\circ}$ دوران میدهیم پس نقطه M به دست می آید.

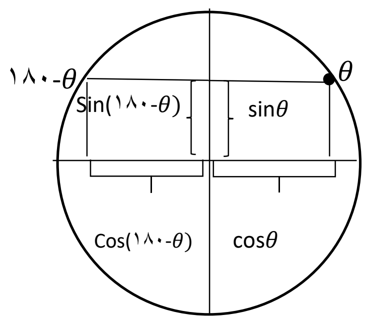
$$A = (\cos \alpha = ۰ , \sin \alpha = -۱)$$

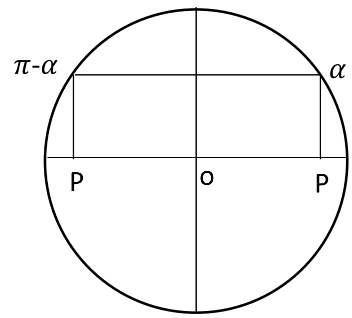
$$M = \left(\cos ۳۰^{\circ} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}, \sin ۳۰^{\circ} = \frac{۱}{۲}\right)$$



پس جواب صحیح گزینه یک می باشد.

- محاسبه زاویه های بزرگتر از $\frac{\pi}{۲}$ یا ۹۰°:





$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$

$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$$

$$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$$

تست:

$$\frac{\pi}{٦}\xrightarrow{\text{مکمل}}\pi-\frac{\pi}{٦}=\frac{٥\pi}{٦}$$

$$\left\{\begin{matrix}\frac{\pi}{٤}\xrightarrow{\text{مکمل}}\pi-\frac{\pi}{٤}=\frac{۳\pi}{٤}\\ \frac{\pi}{۳}\xrightarrow{\text{مکمل}}\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}\end{matrix}\right\}$$

$$\sin\frac{٥\pi}{٦}=\sin\frac{\pi}{٦}=\frac{۱}{۲}=\sin ۳۰^\circ=\sin ۱٥۰^\circ$$

$$\cos\frac{٥\pi}{٦}=-\cos\frac{\pi}{٦}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}=-\cos ۳۰^\circ=\cos ۱٥۰^\circ$$

$$\tan\frac{٥\pi}{٦}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\qquad\qquad \cot\frac{٥\pi}{٦}=-\sqrt{۳}$$

مساله:نسبت های مثلثاتی $\frac{۲\pi}{۳}$ و $\frac{۳\pi}{٤}$ را به دست آورید.

اگر زاویه ای بین ۹۰ و ۱۸۰ باشد از ۱۸۰ کم می کنیم تا مکمل آن به دست آید و نسبت های مثلثاتی آن را تعیین می کنیم باستفاده از رابطه های بالا جواب بدست می آید.

$$\cos ۱۳٥=-\cos(۱۸۰-۱۳٥)=-\cos ٤٥^\circ=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}$$

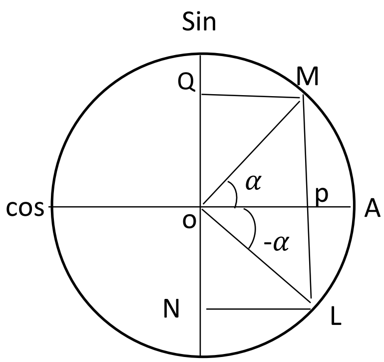
حالا به سرعت خواهیم داشت:

$$\underbrace{\cos ۱۵۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{\text{مکمل ۳۰ درجه در ناحیه دوم}}$$

$$\underbrace{\tan ۱۲۰^\circ = -\sqrt{۳}}_{\text{مکمل ۶۰ درجه در ناحیه دوم}}$$

دوزاویه قرینه:

دو زاویه α و $-\alpha$ قرینه اند.



$$\cos\alpha = \cos(-\alpha) = OP$$

$$\underbrace{\sin\alpha}_{OQ} = \underbrace{-\sin(-\alpha)}_{ON}$$

در حالت کلی:

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$

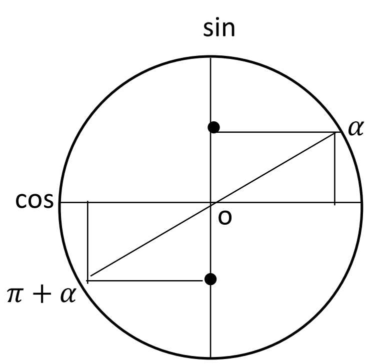
$$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$$

مثال:

$$\cos(-۳۰) = \cos ۳۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan\left(-\frac{۵\pi}{۶}\right) = -\tan\frac{۵\pi}{۶} = -\left(-\tan\frac{\pi}{۶}\right) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

دو زاویه با تفاضل ۱۸۰ درجه : $\pi + \alpha \,, \alpha$



$$\boldsymbol{\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha}$$

$$\boldsymbol{\tan(\pi+\alpha) = +\tan\alpha}$$

$$\boldsymbol{\cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha}$$

مثال:

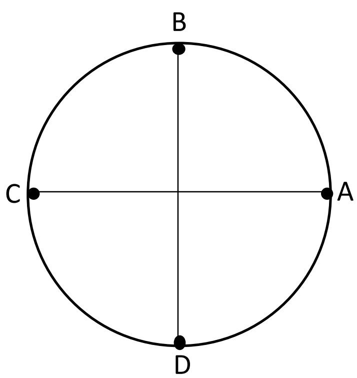
$$\sin 225 = \sin(180+45) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 210 = \tan(180+30) = \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos\frac{7\pi}{6} = \cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

نقاط مرزی:

نقاطی روی دایره مثلثاتی که بین دو ناحیه قرار می گیرند نقاط مرزی هستند.



Sin۰=۰

$A(\cos\alpha = 1 , \sin\alpha = 0)$

نقطه A زاویه $\{\ldots$ و 4π و 2π و 0 و $2\pi-$ و $\ldots\}$ **و به طور کلی** $2K\pi, K\in Z$ **را مشخص می کند.**

$\sin 0 = 0$

$\cos 0 = 1$

$\tan 0 = 0$

$\cot 0 =$ ت.ن

نقطه B **شامل** $B(\cos\beta = 0, \sin\beta = 1)$

B: **زاویه** $\frac{\pi}{2}$ **و در حالت کلی** $2K\pi+\frac{\pi}{2}$ **را مشخص می کند.**

$$\sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$\tan\frac{\pi}{2} = \text{ت.ن}$$

$$\cot\frac{\pi}{2} = 0$$

نقطه C شامل $C(\cos\gamma = -1 , \sin\gamma = 0)$ **و نقطه C زاویه π و در حالت کلی** $\pi(2K+1)$ **یا** $2K\pi+\pi$ **یعنی مضرب های فرد π رامشخص می کند.**

$$\sin\pi = 0$$

$$\cos\pi = -1$$

$$\tan\pi = 0$$

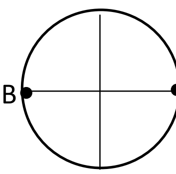
$$\cot\pi = \text{ت.ن}$$

نقطه *D)* $\begin{array}{l|l} \cos\theta & 0 = \\ \sin\theta & -1 = \end{array}$ D , $\theta = \frac{3\pi}{2}$ **یا** $\theta = -\frac{\pi}{2}$ **است و درحالت کلی** $D=۲k\pi-\frac{\pi}{2}$ $\quad$ $tg\frac{3\pi}{2}$ =ت.ن $\quad$ $\cos\frac{3\pi}{2}$ =۰

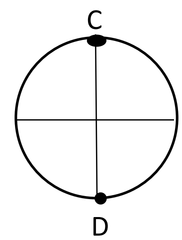
$Sin\ \frac{3\pi}{2}$ = -۱ $cotg\ \frac{3\pi}{2}$ = ۰

خلاصه

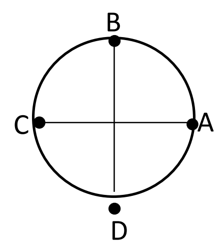
α	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
sin	۰	۱	۰	-۱
cos	۱	۰	-۱	۰
tan	۰	ت ن	۰	ت ن
cot	ت ن	۰	ت ن	۰

نکته :


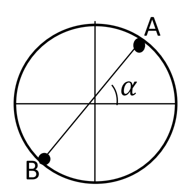
دو نقطه A ,B را به طور کلی با $k\pi$ نشان می دهیم.



دو نقطه C,D را به طور کلی با $k\pi + \frac{\pi}{۲}$ نشان می دهیم.



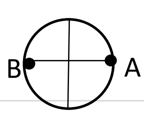
چهار نقطه A,B.C,D را با $\frac{k\pi}{۲}$ نشان می دهیم.



A,B را با $k\pi + \alpha$ نشان می دهیم.

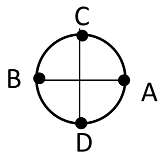
دامنه توابع زیر را به دست آورید.

توضیح : درتوابع کسری مخرج کسر را برابر صفر قرار می دهیم ودامنه برابر { ریشه های مخرج } - R

$F(x) = \frac{۱}{sinx}$ ⟶ sinx=۰


در دونقطه A,B sinx=۰ است درنتیجه D_f = R- { $k\pi$ }

$G(x) = \frac{١}{tgx} = \frac{١}{\frac{sinx}{cosx}}$



$h(x) = cotgx = \frac{cosx}{sinx}$ $\quad D_h = R - \{k\pi\} \longleftarrow sinx = ٠$

الف : در دونقطه C,D $cosx = ٠$

ب: در دو نقطه A,B $sinx = ٠$ در نتیجه $D_g = R - \left\{\frac{k\pi}{٢}\right\}$

توضیح : دو تابع $h(x)=cotgx$ و $g(x)= \frac{١}{tgx}$ برابر نیستند.

حالت کلی :

مضربهای π جنس تابع مثلثاتی را عوض نمی کنند .

مضربهای فرد $\frac{\pi}{٢}$ جنس تابع مثلثاتی را عوض می کنند.

علامت با توجه به ناحیه (زاویه α در $\frac{k\pi}{٢}+\alpha$ ومانند آن حاده فرض می شود) مشخص می شود.

مثال :حاصل عبارت زیر کدام است ؟

$$\frac{١}{\sin(٢٧٠ - x)} + \frac{\sin(٩٠٠ - x)}{\sin(٦٣٠ - x)} \times tg\,(٢٧٠ + x) + \frac{١}{cosx}$$

١) ١   ٢) -١   ٣) ٠   ٤) $\frac{١}{٢}$

$Sin(٢٧٠ - x) = \sin\left(\frac{٣\pi}{٢} - x\right) = -\cos x$ $\qquad \sin(٦٣٠-x) = \sin\left(\frac{٧\pi}{٢} - x\right) = -\cos x$

$Sin\,(٩٠٠ - x) = \sin(٥\pi - x) = \sin(\pi - x) = \sin x$

توضیح مضربهای ٢π یا ٣٦٠° را می توانیم حذف کنیم.

$tg\,(٢٧٠ + x) = tg\left(\frac{٣\pi}{٢} + x\right) = -cotgx$

یا

گزینه ١ $\longrightarrow$ $-\cancel{\frac{١}{cosx}} + \overbrace{\boxed{\frac{sinx}{-cosx} \times -cotgx}}^{١} + \cancel{\frac{١}{cosx}} = ١$

مثال اگر $Tg\frac{\pi}{٩} = ٠/٣٦$ باشد $\frac{\sin\frac{٨\pi}{٩} - \cos\frac{١٠\pi}{٩}}{cos\frac{١١\pi}{١٨} + \sin\frac{٧\pi}{١٨}}$ را بدست آورید.

صورت و مخرج

$$\frac{\sin\left(\frac{٩\pi-\pi}{٩}\right)-\cos\left(\frac{٩\pi+\pi}{٩}\right)}{\cos\left(\frac{٩\pi+٢\pi}{١٨}\right)+\sin\left(\frac{٩\pi-٢\pi}{١٨}\right)} = \frac{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{٩}\right)-\cos\left(\pi+\frac{\pi}{٩}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{٢}+\frac{\pi}{٩}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{٢}-\frac{\pi}{٩}\right)} = \frac{sin\frac{\pi}{٩}+\cos\frac{\pi}{٩}}{-\sin\frac{\pi}{٩}+\cos\frac{\pi}{٩}} =$$

کسر را به $\cos\frac{\pi}{9}$ تقسیم میکنیم.

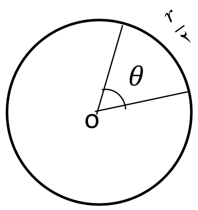
$$\frac{tg\frac{\pi}{9}+1}{-tg\,\frac{\pi}{9}+1}=\frac{1/36}{./64}=\frac{17}{8}$$

حالا چند مسئله وتست حل شده در رابطه با مطالب بالا:

حل چند مسئله :

۱) دریک دایره توسط اضلاع زاویه مرکزی θ کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است θ چند درجه است؟

۱. $\frac{۱}{۲}$ ۲. ۱   ۳. $\frac{۹۰}{\pi}$ ۴. $\frac{۱۸۰}{\pi}$



رادیان $\theta=\frac{l}{r}=\frac{\frac{r}{2}}{r}=\frac{1}{2}$ (l = طول کمان و r = شعاع)

گزینه ۳ $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۸۰}{\pi}=\frac{۹۰}{\pi}$

۲) دریک پیست دوچرخه سواری اگر قطردایره ۱۲۰۰ متر ودوچرخه سوار ۷۵۰ درجه را طی کند دوچرخه سوار چه مسافتی را طی کرده است؟

۳۰۰۰ π ۲۵۰۰ π ۲۰۰۰ π ۱۰۰۰ π

شعاع دایره D= ۱۲۰۰ ⟶ r = $\frac{۱۲۰۰}{۲}$ = ۶۰۰

$۷۵۰\times\frac{\pi}{۱۸۰}=\frac{۲۵\pi}{۶}$

$\theta=\frac{l}{r}\longrightarrow\frac{25\pi}{6}=\frac{l}{600}=l=۲۵۰۰\pi$

۳) زاویه های ۱۵ و ۲۲/۵ و ۶۷/۵ و ۲۷۰ و ۲۲۵ درجه را برحسب رادیانن بنویسید.

روش اول (محاسبه) :

$$۱۵\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{12}$$

$$۶۷/۵=۳\times۲۲/۵=\frac{3\pi}{8}$$

$$۲۲/۵\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{8}$$

$$۲۲۵=۱۸۰+۴۵=\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$$

روش دوم (ذهنی) :

$$۲۲/۵=\frac{45}{2}=\frac{\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{\pi}{8}$$

$$۱۵=\frac{30}{2}=\frac{\frac{\pi}{6}}{2}=\frac{\pi}{12}$$

۴) برای تبدیل رادیان به درجه یا در $\frac{۱۸۰}{\pi}$ ضرب می کنیم یا به جای π عدد ۱۸۰ را قرار می دهیم.

$\frac{\pi}{36} \times \frac{180}{\pi} = ۵$ یا $\frac{\pi}{36} = \frac{180}{36} = ۵$

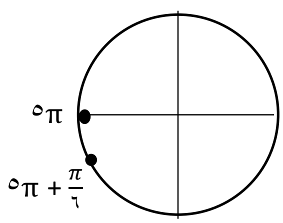
$\frac{3\pi}{5} = ۳\ \frac{\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = ۱۰۸$ یا $\frac{۳ \times ۱۸۰}{۵} = ۱۰۸$

$-\frac{۲\pi}{۳} = -۱۲۰$ $\quad \frac{۷\pi}{۶} = ۲۱۰$ $\quad \frac{۳۵\pi}{۱۲} = \frac{۳۶\pi - \pi}{۱۲} = ۳\pi - \frac{\pi}{۱۲} = ۵۴۰ - ۱۵ = ۵۲۵$

۵) زاویه های مورد نظر را روی دایره مثلثاتی مشخص کنید و نسبتهای مثلثاتی را مشخص کنید.

$tg(-\frac{11\pi}{4})$, $\cos\frac{7\pi}{3}$, $\sin\frac{31\pi}{6}$

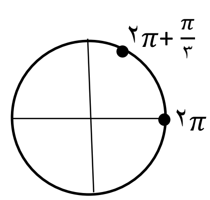
$\frac{31\pi}{6} = \frac{30\pi + \pi}{6} = ۵\pi + \frac{\pi}{6}$ نزدیکترین به ۳۱ که بر ۶ بخش پذیر باشد



$\text{Sin}\,\frac{31\pi}{6} = \sin(۵\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

مضرب π جنس را عوض نمی کند ودرناحیه سوم sin منفی است.

مضارب ۲πرا می توانیم حذف کنیم.

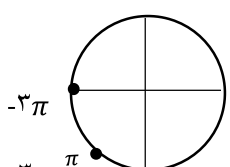


$\frac{7\pi}{3} = \frac{6\pi + \pi}{3} = ۲\pi + \frac{\pi}{3}$

$cos\,(2\pi + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

$\text{tg}\,(-\frac{11\pi}{4})$ $\quad -\frac{11\pi}{4} = -\frac{12\pi - \pi}{4} = -۳\pi + \frac{\pi}{4}$

مضارب فرد منفی نیز در دونقطه A قرار دارند و $+\frac{\pi}{۴}$ نشان میدهد درجهت مثبت مثلثاتی حرکت کنیم.



$\text{Tg}\,(-\frac{11\pi}{4}) = \text{tg}\,(-۳\pi + \frac{\pi}{4}) = \text{tg}\,\frac{\pi}{4} = ۱$

$\text{Tg}\,(-\frac{11\pi}{4}) = -\text{tg}\,\frac{11\pi}{4}$ توضیح می توانیم ابتدا علامت منفی را از tg خارج کنیم.

٦) اگر $\frac{1}{cosx} - tgx =$ ۲ آنگاه $\frac{1}{cosx} + tgx$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ٤) ۰/٤

روش اول : گزینه ۱

$$\frac{1}{cosx} - \frac{sinx}{cosx} = ۲ \longrightarrow \frac{1-sinx}{cosx} = ۲ \quad \frac{cosx}{1-sinx} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{cosx\,(1+sinx)}{(1-sinx)(1+sinx)} = \frac{cosx(1+sinx)}{1-sin^2 x} = \frac{cosx\,(1+sinx)}{cos^2 x} = \frac{1+sinx}{cosx} = \frac{1}{cosx} + tgx = \frac{1}{2} = ۰/۵$$

روش دوم : روش دانش آموزان مسلط وتیز $\left(\frac{1}{cosx} - tgx\right)\left(\frac{1}{cosx} + tgx\right) = \frac{1}{cos^2 x} - tg^2 x = ۱ + tg^2 x - tg^۲ x = ۱$

اگرحاصلضرب دوعبارت ۱ شود معکوس یکدیگرند جواب $\frac{۱}{۲}$

۷) اگر $cosx = -\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ وانتهای کمان x در ناحیه سوم بازه مثلثاتی باشد $tg\left(\frac{۳\pi}{۲} - x\right)$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ٤) ۳

($\frac{۳\pi}{۲}$ جنس را تغییر می دهد وانتهای کمان در ناحیه سوم) $Tg\left(\frac{۳\pi}{۲} - x\right) = cotgx$

$$co^2x + sin^2x = ۱ \longrightarrow \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^۲ + sin^2 x = ۱ \longrightarrow sin^2x = \frac{9}{10} \longrightarrow sinx = \pm\frac{3}{\sqrt{10}} \xrightarrow[\text{سوم}]{\text{ناحیه}} sinx = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$Cotgx = \frac{cosx}{sinx} = \frac{\frac{-\sqrt{10}}{10}}{-\frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{-10}{-30} = \frac{1}{3}$$

گزینه (۳).