استدلال استقرایی:

از مشاهده و بررسی موضوعی در چند حالت نتیجه گیری کلی در آن موضوع می‌کنیم.

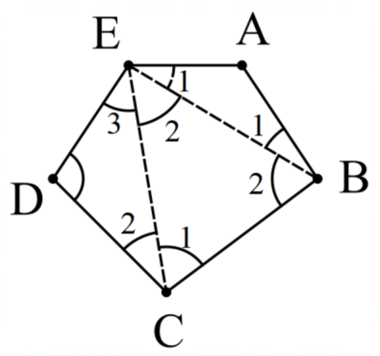
این استدلال همواره قابل اعتماد نیست.

استدلال استنتاجی:

نتیجه گیری منطقی بر پایهٔ واقعیت‌هایی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.

مثال: ثابت کنید مجموع زوایای داخلی 5 ضلعی منتظم $540°$ است.

واقعیتی که قبلاً به کمک استدلال پذیرفته‌ایم مجموع زوایای داخلی مثلث $180°$ است.



استدلال:

$\hat{A} + \hat{E}_1 + \hat{B}_1 = 180°$

$E_2 + B_2 + C_1 = 180°$

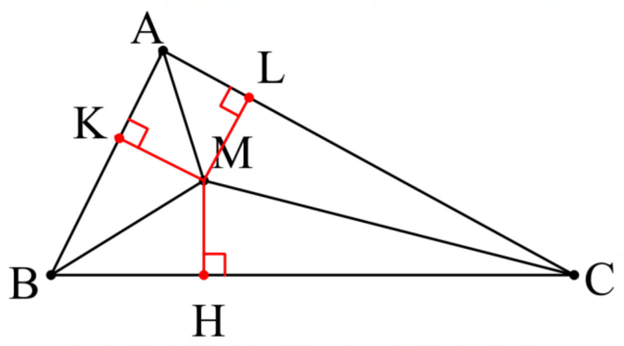
$E_3 + D + C_2 = 180°$

$\hat{A} + \left(\hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \hat{E}_3\right) + (B_1 + B_2) + (C_1 + C_2) + D = 540$

$\hat{A} + E + B + C + D = 540°$ حکم ثابت است

تمرین: ثابت کنید هر زاویه داخلی هشت ضلعی منتظم $135°$ است.

مثال: ثابت کنید نیمسازهای داخلی هر مثلث در یک نقطه همرسند.



BM و CM نیمسازهای داخلی مثلث ABC می‌باشد.

نقطه M روی نیمساز MB در نتیجه MH=MK

نقطه M روی نیمساز MC در نتیجه MH=ML

از تساویهای بالا نتیجه می‌شود ML=MK در نتیجه AM نیمساز و هرسه نیمساز از نقطه M می‌گذرند.

تمرین:ثابت کنید سه عمود منصف از یک نقطه می‌گذرند.

تمرین:ثابت کنید سه ارتفاع مثلث از یک نقطه می‌گذرند.

تمرین:ثابت کنید مجموع زوایای داخلی مثلث $180°$ است.

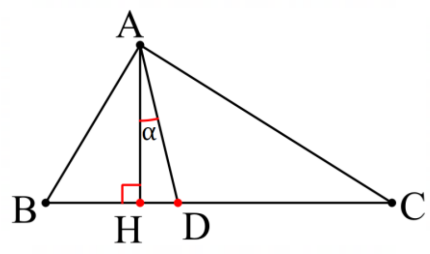
تمرین:ثابت کنید در هر مثلث هر زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور است.

تمرین: ثابت کنید مجموع زاویه های خارجی مثلث $360°$ است.

تمرین:ثابت کنید مجموع زوایای داخلی n ضلعی $180 \times (n-2)$ است.

تمرین:ثابت کنید مجموع زوایای خارجی $360°$ است.

تمرین:ثابت کنید در هر مثلث زاویه بین ارتفاع و نیمساز $\alpha = \frac{|B-C|}{2}$

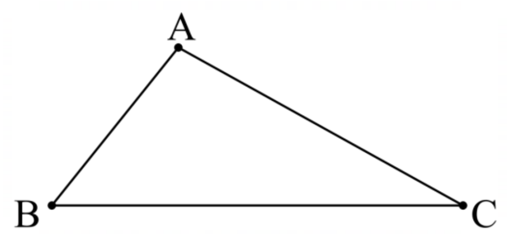


نامساویها در مثلث

الف) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند زاویه روبه رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچکتر است.

فرض $AB < AC$

حکم $C < B$



توضیح: اگر فرض قضیه را P و نتیجهء آن q باشد $q \Rightarrow p$ یعنی از p می‌توانیم q را نتیجه بگیریم.

$p \Rightarrow q$ را عکس قضیه می‌گوییم یعنی جای فرض و حکم را عوض می‌کنیم.

عکس قضیه الف:

اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند ضلع روبرو به زاویه بزرگتر از ضلع روبرو زاویه کوچکتر بزرگتر است.

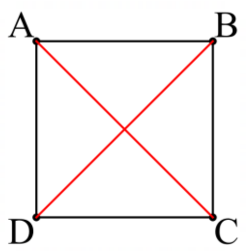
توضیح: همیشه عکس یک قضیه صحیح نیست. اگر قضیه و عکس آن هر دو صحیح باشند به آن قضیه دوشرطی می‌گوییم.

قضیه دوشرطی را به صورت $p \Leftrightarrow q$ نمایش می‌دهیم.

قضیه: در مربع دو قطر باهم برابرند.

عکس قضیه: اگر دو قطر برابر باشند چهارضلعی مربع است.

در مربع دو قطر برابرند صحیح است زیرا:

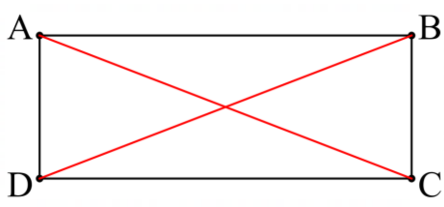


دو ضلع و زاویه بین $\xrightarrow{\textcircled{1}} A\hat{D}C = A\hat{B}C$

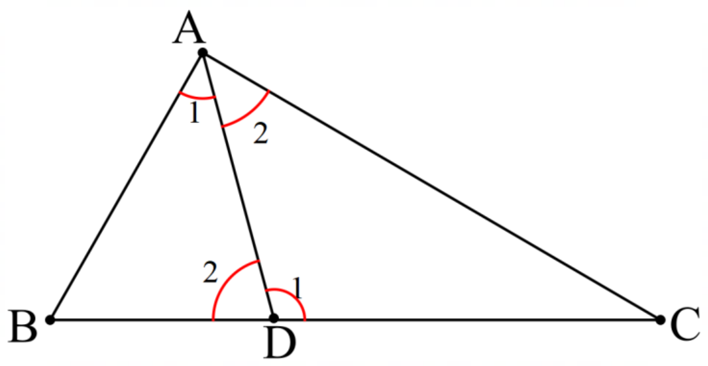
در نتیجه AC = DB

مثال نقض برای عکس قضیه: دو قطر برابرند ولی مربع نیست

پس قضیه دو شرطی نیست.



مثال:در شکل مقابل AD نیمساز است. ثابت کنید AC > DC



هر زاویه خارجی بزرگتر از
هر زاویه داخلی غیرمجاور
$\left.\right\} D_1 > A_1$

AD نیمساز $\Longrightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$

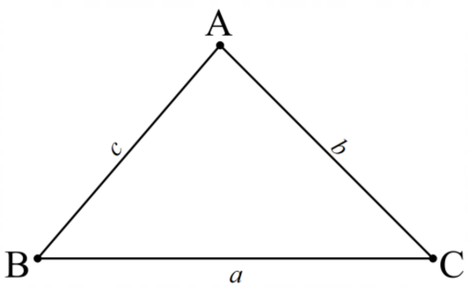
① $AC > DC$ در نتیجه $D_1 > A_2$

توضیح: به صورت مشابه ثابت می‌شود AB > BD ②

①+② AC + AB > BD + DC

AC + AB > BC

نتیجه:در هر مثلث مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگتر است.



c < a + b

b < a + c

a < b + c

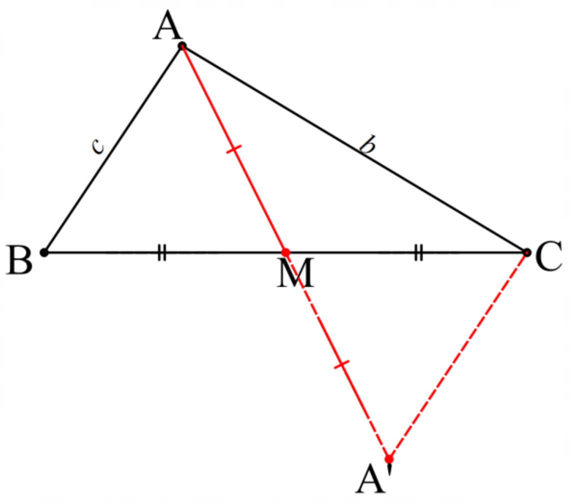
در حالت کلی می‌توان نتیجه گرفت:

$$|b-c| < a < b+c$$

$$|a-c| < b < a+c$$

$$|a-b| < c < a+b$$

مثال: نشان دهید میانهٔ AM کوچکتر از $\frac{b+c}{2}$ است.



میانهٔ AM را به اندازه خودش

تا A' ادامه می‌دهیم.

دو ضلع و زاویهء بین $\triangle AMB = \triangle A'MC$

A'C=AB

$A'C + AC > AA' \Longrightarrow \mathrm{AB} + \mathrm{AC} < 2\mathrm{AM}$

$$\frac{AB + AC}{2} > AM$$